



**UFAM**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

# MANUAL DE FÍSICA II

MANAUS - AM

2019

# MANUAL DE LABORATÓRIO

## **Autores:**

Profa. Marta Gusmão

Profa. Simara Seixas

Prof. Haroldo Guerreiro

Prof. Marcelo Brito

Prof. Marcílio de Freitas

Prof. Waltair Machado

Prof. Walter Castro Jr.

Profa. Gláucia de Oliveira

Prof. Heyrton Bessa

3<sup>a</sup> EDIÇÃO  
2019

# Sumário

<b>1</b>	<b>Oscilações Livres</b>	<b>1</b>
1.1	Objetivo . . . . .	1
1.2	Introdução Teórica . . . . .	1
1.3	Parte Experimental . . . . .	3
1.3.1	EXPERIMENTO 1: Determinação da constante elástica pelo método estático . . . . .	3
1.3.2	EXPERIMENTO 2: Determinação da constante elástica pelo método dinâmico . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Pêndulo Simples</b>	<b>6</b>
2.1	Objetivos . . . . .	6
2.2	Introdução Teórica . . . . .	6
2.3	Parte Experimental . . . . .	8
2.3.1	EXPERIMENTO 1 . . . . .	9
2.3.2	EXPERIMENTO 2 . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Oscilações Forçadas</b>	<b>12</b>

3.1	Objetivo . . . . .	12
3.2	Introdução Teórica . . . . .	12
3.3	Parte Experimental . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Princípio de Arquimedes e Densidade dos Líquidos e Sólidos</b>	<b>16</b>
4.1	Objetivo . . . . .	16
4.2	Introdução Teórica . . . . .	16
4.3	Parte Experimental . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Dilatação Térmica</b>	<b>20</b>
5.1	Objetivo . . . . .	20
5.2	Introdução Teórica . . . . .	20
5.3	Parte Experimental . . . . .	21
<b>6</b>	<b>Troca de Calor</b>	<b>23</b>
6.1	Objetivo . . . . .	23
6.2	Introdução Teórica . . . . .	23
6.3	Parte Experimental . . . . .	24
6.3.1	EXPERIMENTO 1 . . . . .	24
6.3.2	EXPERIMENTO 2 . . . . .	26
<b>7</b>	<b>Gases Ideais</b>	<b>27</b>
7.1	Objetivo . . . . .	27
7.2	Introdução Teórica . . . . .	27
7.3	Parte Experimental . . . . .	28

<b>A</b>	<b>Erros, Desvios e Incertezas</b>	<b>32</b>
A.1	Introdução . . . . .	32
A.2	Algarismos Significativos . . . . .	32
A.3	Erros e Desvios . . . . .	35
A.4	Incertezas . . . . .	37
A.4.1	Incerteza Absoluta . . . . .	37
A.4.2	INCERTEZA RELATIVA . . . . .	38
A.5	Propagação das Incertezas . . . . .	39
A.5.1	Erros Acidentais . . . . .	44
<b>B</b>	<b>CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS I</b>	<b>46</b>
B.1	OBJETIVO . . . . .	46
B.2	INTRODUÇÃO . . . . .	46
B.3	CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS . . . . .	47
<b>C</b>	<b>CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS II</b>	<b>56</b>
C.1	OBJETIVO . . . . .	56
C.2	INTRODUÇÃO . . . . .	56
<b>D</b>	<b>INFORMAÇÕES GERAIS</b>	<b>64</b>
D.1	INTRODUÇÃO . . . . .	64
D.2	OBJETIVOS . . . . .	64
D.3	ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO DO CURSO . . . . .	65
D.4	O RELATÓRIO . . . . .	65

# Oscilações Livres

## 1.1 Objetivo

Determinar a constante elástica de uma mola helicoidal pelos métodos estático e dinâmico.

## 1.2 Introdução Teórica

Qualquer movimento que se repete em intervalos regulares é denominado de **movimento periódico** ou **movimento harmônico simples** (MHS). Todo corpo que executa tal movimento possui sempre uma posição de equilíbrio estável e, neste caso, as grandezas características do movimento se repetem depois de um tempo chamado de **período**, que representa o intervalo de tempo de uma oscilação (ou ciclo) completa. Além do período, outra propriedade importante do movimento periódico, movimento harmônico, oscilatório, ou vibratório (os quatro termos são equivalentes) é a sua **frequência**, que representa o número de ciclos completados a cada segundo.

Um dos sistemas mais simples que podem executar um MHS é constituído por um bloco de massa  $m$  preso à extremidade de uma mola (suposta ser ideal e de massa desprezível) de constante elástica  $k$  com a outra extremidade da mola fixa. Ao ser colocado para oscilar

o sistema massa-mola executa um MHS cujo período é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (1.1)$$

Uma das técnicas utilizadas por profissionais das mais diversas áreas é a construção e interpretação de gráficos. A utilização de gráficos constitui uma maneira muito fácil de ter uma visualização do comportamento das variáveis do fenômeno estudado, além de muitas outras informações. As técnicas de construção de gráficos são extremamente úteis quando se quer fazer uma comparação entre dados experimentais e teóricos. Isto pode ser realizado de duas maneiras:

- a) Através do gráfico traçado a partir de dados experimentais, pode-se estabelecer a relação matemática entre as variáveis, e
- b) Podem-se traçar as curvas teórica e experimental num mesmo sistema de eixos e então compará-las.

É ainda através de gráficos que se determinam com mais facilidade os diversos coeficientes ligados às propriedades de certos materiais ou se encontram parâmetros para situações particulares.

De acordo com a natureza da relação entre as grandezas envolvidas, os gráficos podem ser feitos em papel milimetrado, mono-log, di-log, além de outros com padrões especiais.

## 1.3 Parte Experimental

### 1.3.1 EXPERIMENTO 1: Determinação da constante elástica pelo método estático

#### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 mola
- 1 porta-peso de 10g
- 5 massas de 50g
- 1 régua graduada com dois cursores
- prendedores
- hastes
- garras de montagem

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL



Figura 1.1: Sistema massa mola.

1. Monte o sistema massa-mola de acordo com a Fig.1.1. Adote o referencial do seu sistema com o cursor da régua na extremidade da mola.



2. Coloque o porta-peso na extremidade da mola e anote a correspondente distensão  $y$ .
3. Adicione uma massa de  $50g$  e anote a correspondente distensão do sistema porta-peso + massa adicionada.
4. Repita o procedimento anterior para outros quatro valores de massa.

### TRATAMENTO DE DADOS

1. Construa uma tabela contendo valores de intensidade da força  $F = mg$ , responsável pela elongação da mola, e a respectiva distensão  $y$ . Considere  $g = (9,8 \pm 0,1)\text{m/s}^2$  e use o Sistema Internacional de unidades.
2. Faça um gráfico em papel milimetrado e, a partir da curva obtida, determine a constante elástica da mola.

### QUESTÕES

1. Que tipo de curva você obteve?
2. De que forma seus resultados foram afetados por se considerar a massa da mola desprezível?

### 1.3.2 EXPERIMENTO 2: Determinação da constante elástica pelo método dinâmico

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Utilize a mesma montagem do experimento 1.
2. Começando com uma massa de  $50g$  no porta-peso, determine o período do sistema massa-mola da seguinte forma: adotando uma amplitude da ordem de  $3\text{cm}$ , cronometre o tempo correspondente a 10 oscilações completas, e divida o resultado por 10.
3. Repita este procedimento para outros quatro valores de massa.

**TRATAMENTO DE DADOS**

1. Construa uma tabela contendo os valores da massa e do período no Sistema Internacional de unidades.
2. Faça um gráfico em escala logarítmica e obtenha a constante elástica da mola.

**QUESTÃO**

1. Compare o valor da constante elástica obtido pelo método estático com aquele obtido pelo método dinâmico. Faça comentários.

## Pêndulo Simples

### 2.1 Objetivos

Determinar as funções: período  $\times$  comprimento do fio e período  $\times$  ângulo de deflexão máximo de um pêndulo simples, e por meio destas obter a aceleração da gravidade.

### 2.2 Introdução Teórica

Uma massa  $m$  (considerada como pontual) suspensa e sujeita à força da gravidade é tirada de sua posição de repouso e colocada para oscilar. O período de oscilação pode ser obtido como uma função do comprimento da corda ( $\ell$ ) e do ângulo máximo de deflexão ( $\phi_m$ ).

A energia  $E$  do pêndulo simples, veja a Fig.2.1, para qualquer valor de ângulo de deflexão,  $\phi$ , é descrita como:

$$E = \frac{1}{2}m\ell^2 \left\{ \frac{d\phi}{dt} \right\}^2 + mg\ell(1 - \cos \phi) = \text{constante}, \quad (2.1)$$

onde adotamos o ponto mais baixo da trajetória como nível de referência para a energia potencial.

Nos pontos de inversão do movimento, onde  $\phi = \phi_m$ , a velocidade angular,  $d\phi/dt$ , é

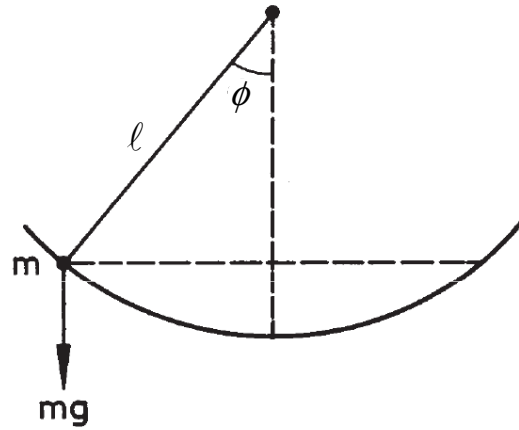


Figura 2.1: Movimento do pêndulo simples, formado por um fio com uma esfera na extremidade, onde o fio forma com a vertical o ângulo  $\phi$ .

nula, e energia mecânica, Eq.(2.1), é dada por:

$$E_0 = mg\ell(1 - \cos \phi_m). \quad (2.2)$$

Por conservação de energia, podemos igualar este resultado a Eq.(2.1), e obter seguinte expressão para o período de oscilação:

$$T = 4\sqrt{\frac{\ell}{g}} \int_0^{\phi_m} \frac{d\phi}{\sqrt{\cos \phi - \cos \phi_m}}. \quad (2.3)$$

Definindo  $k = \text{sen}(\phi_m/2)$ , o período pode ser reescrito como:

$$T = 4\sqrt{\frac{\ell}{2g}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \text{sen}^2 \theta}} = 4\sqrt{\frac{\ell}{g}} K(k, \frac{\pi}{2}), \quad (2.4)$$

sendo  $K(k, \frac{\pi}{2})$  a integral elíptica de primeira ordem completa.

Desenvolvendo  $K(k, \frac{\pi}{2})$  em série, e considerando somente o primeiro e o segundo termo da série, a Eq. (2.4) pode ser escrita como:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \left\{ 1 + \frac{1}{4} \text{sen}^2 \frac{\phi_m}{2} + \dots \right\}. \quad (2.5)$$

Para pequenos valores de  $\phi_m$  ( $\phi_m \leq 10^\circ$ ), temos

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}. \quad (2.6)$$

## 2.3 Parte Experimental

### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 esfera de  $D = 25,4\text{mm}$
- 1 barreira de luz com cronômetro digital
- 1 haste quadrada de 1250mm
- 1 régua milimetrada de 1000mm com 2 cursores
- 1 transferidor
- 1 porta placa
- 1 fio de 1500mm
- 2 tripés
- 4 grampos duplos



Figura 2.2: Mostra a montagem do pêndulo simples.

Ao prender o fio no porta placa, a esfera deve ficar centralizada com o feixe de luz da barreira de luz, como mostra Fig.2.2. Se não estiver alinhado, é necessário mudar a posição da placa ou regular o tripé.

### 2.3.1 EXPERIMENTO 1

#### OBJETIVO

Determinar a função período  $\times$  comprimento do fio, a fim de obter a aceleração da gravidade.

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Prenda o fio no porta placa com o comprimento de 400mm até ao centro da esfera e anote esta distância.
2. Obtenha o período de uma oscilação da esfera usando o terceiro comando do cronômetro digital<sup>1</sup>. Deve-se fazer estas oscilações para ângulos que meçam no máximo 10°. Repita esta medida 3 vezes, obtenha o valor médio do período,  $T_m$ , e registre na Tabela 2.1.
3. Repita este procedimento para os seguintes comprimentos: 500, 600, 700 e 800 mm.

#### TRATAMENTO DE DADOS

1. Construa uma tabela (Tabela 2.1) contendo seus resultados (comprimento e período), usando o Sistema Internacional (SI).
2. Construa o gráfico em papel di-log:  $T = f(\ell)$ .
3. Use a regressão linear e obtenha a função período  $\times$  comprimento do fio.
4. Verifique se a função obtida coincide com a função esperada teoricamente, Eq.(2.6), e a partir desta obtenha o valor de  $g$ .
5. Compare o valor da aceleração da gravidade obtido com o valor adotado,  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .

---

<sup>1</sup>Sabendo que o tempo medido pelo cronômetro é de meia oscilação, então obtenha o período  $T$ , multiplicando este valor por dois.

## 2.3.2 EXPERIMENTO 2

### OBJETIVO

Determinar o período como uma função da máxima deflexão angular, a fim de obter a aceleração da gravidade.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Utilize a montagem do experimento com o transferidor<sup>2</sup>. Fixe o fio ao comprimento de 500mm.
2. Para o ângulo de  $10^\circ$ , obtenha o período usando o terceiro comando do cronômetro digital. Repita esta medida 3 vezes e tire uma média.
3. Repita este procedimento para os ângulos:  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  e  $50^\circ$ .

### TRATAMENTO DE DADOS

1. Preencha a Tabela 2.2 com os seguintes dados:  $\text{sen}(\phi_m/2)$ ,  $\text{sen}^2(\phi_m/2)$  e  $T$ , usando o SI.
2. Construa os gráficos em escala linear:  $T = f(\text{sen}(\phi_m/2))$  e  $T = f(\text{sen}^2(\phi_m/2))$ .
3. Que tipo de curva você obteve no gráfico  $T = f(\text{sen}(\phi_m/2))$ ?
4. Use a regressão linear no gráfico  $T = f(\text{sen}^2(\phi_m/2))$  e encontre a sua respectiva função.
5. Verifique se a função obtida  $T \times \text{sen}^2(\phi_m/2)$ , coincide com a função esperada teoricamente, Eq.(2.5). Compare estas funções e obtenha o valor de  $g$ .

### QUESTÕES

1. Faça comentários sobre a influência da variação angular no pêndulo simples.

---

<sup>2</sup>O transferidor deverá estar centralizado no início do fio com o porta placa, para se medir os ângulos.

2. Compare o valor da aceleração da gravidade, obtidos nas duas experiências e verifique qual obteve melhor precisão. Comente as possíveis fontes de erros.
3. Quais das duas experiências descrevem um movimento harmônico simples? Justifique.
4. Explique em quais condições um pêndulo pode ser usado como um relógio?

$(\ell \pm \quad) \text{ mm}$	$(T_1 \pm \quad) \text{ s}$	$(T_2 \pm \quad) \text{ s}$	$(T_3 \pm \quad) \text{ s}$	$(T_m \pm \quad) \text{ s}$

Tabela 2.1: Dados coletados no Experimento 1.

$(\phi_m)^\circ$	$\text{sen}(\phi_m/2)$	$\text{sen}^2(\phi_m/2)$	$(T_1 \pm \quad) \text{ s}$	$(T_2 \pm \quad) \text{ s}$	$(T_3 \pm \quad) \text{ s}$	$(T \pm \quad) \text{ s}$

Tabela 2.2: Dados coletados no Experimento 2.



## Oscilações Forçadas

### 3.1 Objetivo

Estudar as características das ondas estacionárias por meio de ressonância em cordas vibrantes.

### 3.2 Introdução Teórica

Todo sistema físico que exibe movimento harmônico simples (MHS) é caracterizado por uma (ou mais) frequência natural  $\nu_0$ . Se um desses sistemas encontra-se sob a ação de uma força externa, que varia harmonicamente com uma frequência  $\nu$ , constata-se que quando a frequência da força externa se aproxima da frequência natural do sistema, a amplitude de vibração aproxima-se do infinito. Esse fenômeno é conhecido como **ressonância**.

Se uma corda, fixada nas suas extremidades e tracionada por uma força  $\vec{F}$ , for excitada por um vibrador de frequência qualquer, toda extensão da corda entrará em vibração. São as chamadas **oscilações forçadas**. Quando a frequência do excitador for igual a uma das frequências naturais da corda, formam-se ondas estacionárias e diz-se que o excitador e a corda estão em ressonância.

Os corpos (corda, coluna de ar, etc.), de um modo geral, possuem uma ou mais frequências naturais, nas quais se observa que eles vibram com maior facilidade, ou seja, com melhor aproveitamento da energia recebida.

A velocidade com a qual os pulsos transversais viajam ao longo da corda de densidade linear  $\mu = m/\ell$ , sendo  $m$  sua massa e  $\ell$  seu comprimento, e tracionada por uma força de intensidade  $F$  é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}. \quad (3.1)$$

Sabendo que a velocidade da onda está relacionada com a frequência e com o comprimento de onda por  $v = \lambda\nu$ , podemos reescrever a Eq.(3.1) em termos da frequência da corda como:

$$\nu = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{F}{\mu}}. \quad (3.2)$$

### 3.3 Parte Experimental

#### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 motor vibrador
- 1 estroboscópio
- 1 porta peso de 10g
- 4 massas de 50g
- 1 polia
- 1 régua milimetrada com dois cursores
- 2 grampos duplos
- 1 barbante
- 1 haste de 1m
- 1 tripés
- 4 grampos

A montagem do experimento é como mostrado na Fig. 3.1.

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A polia deve está presa na haste a aproximadamente 60cm acima da mesa.

1. Determine o comprimento e a massa do barbante.



Figura 3.1: Montagem do experimento sobre oscilações forçadas.

2. Coloque 50g no porta peso da montagem acima, anote a massa responsável pela força de tração no barbante.
3. Ligue o motor vibrador, aumentando a frequência até observar uma onda estacionária. Anote a frequência do vibrador,  $\nu_v$ .
4. Ligue o estroboscópio e direcione para a corda e ajuste a frequência até observar a onda na corda parada. Anote a frequência do estroboscópio,  $\nu_e$ .
5. Meça a distância entre o dois nós consecutivos.
6. Repita este procedimento aumentando os valores da força de tração na corda, acrescentando massa de 50g no porta peso.

### TRATAMENTO DE DADOS

1. Calcule as intensidades das forças de tração,  $F$ , exercidas sobre o barbante, e preencha a Tabela 3.1.
2. Calcule a velocidade de propagação da onda (incidente ou refletida) no barbante, para cada força de tração. Use a Equação (3.1).

3. Determine a frequência da onda para cada valor da velocidade,  $\nu$ . Lembre-se que a distância entre dois nós consecutivos corresponde à  $\lambda/2$ .
4. Tabele seus resultados.

$(F \pm \quad) \text{N}$	$(v \pm \quad) \text{m/s}$	$(\lambda \pm \quad) \text{m}$	$(\nu_v \pm \quad) \text{Hz}$	$(\nu_e \pm \quad) \text{Hz}$	$(\nu \pm \quad) \text{Hz}$

Tabela 3.1: Tabela de Resultados.

## QUESTÕES

1. A partir dos dados da Tabela 3.1, quais são as variáveis que influem na frequência de vibração do barbante?
2. Explique por que existem várias frequências de ressonância numa corda esticada, enquanto que no caso do sistema massa-mola tem-se apenas uma frequência de ressonância,  $2\pi\nu_0 = \sqrt{k/m}$ , onde  $k$  é a constante da mola.

# Princípio de Arquimedes e Densidade dos Líquidos e Sólidos

## 4.1 Objetivo

Verificar experimentalmente o Princípio de Arquimedes e determinar a densidade de sólidos e líquidos.

## 4.2 Introdução Teórica

“Todo corpo, total ou parcialmente mergulhado num fluido, sofre a ação de uma força vertical dirigida para cima, de intensidade igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo”. Esta força é chamada de Empuxo,  $\vec{E}$ . Portanto, a intensidade do empuxo é

$$E = \rho_f V_f g, \quad (4.1)$$

onde  $\rho_f$  e  $V_f$  são a densidade e o volume do fluido deslocado, respectivamente, e  $g$  a aceleração da gravidade. O volume do fluido deslocado é igual ao volume do corpo submerso. A intensidade do empuxo pode também ser obtida pela diferença entre o peso real do objeto,

$P_r$ , e seu peso aparente (peso quando imerso em um líquido),  $P_{ap}$ .

$$E = P_r - P_{ap}. \quad (4.2)$$

A densidade corpo imerso,  $\rho_c$ , relativa a densidade do líquido pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$\rho_r = \frac{\rho_c}{\rho_f} = \frac{P_r}{E}. \quad (4.3)$$

### 4.3 Parte Experimental

#### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 recipiente com abertura lateral (balão de kitassato)
- 1 proveta graduada
- 1 dinamômetro graduado em *Newton*
- 1 cilindro de ferro
- 1 barra de ferro
- 1 barra de alumínio
- 1 haste metálica
- 1 copo de plástico
- ganchos e presilhas

A montagem do experimento está representada na Figura 4.1.

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Usando o dinamômetro, registre o peso real do cilindro de ferro, da barra de ferro e de alumínio, conforme indicado na Fig.4.1a).
2. Coloque água no recipiente com saída lateral até a eminência de derramar pela abertura utilizando o copo de plástico para recolher a água transbordada (a água deve transbordar ao iniciar inserção do cilindro de ferro).
3. Como o cilindro de ferro preso ao dinamômetro, coloque-o dentro do recipiente com água e registre o peso aparente. Veja a Fig.4.1b). Recolha a água que transbordou no copo e determine o seu peso utilizando o dinamômetro (precisa subtrair a massa do recipiente).

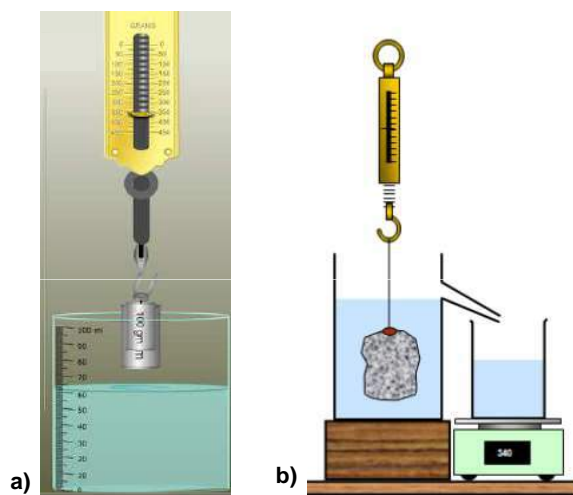


Figura 4.1: a) Montagem para medir o peso real e aparente dos objetos. b) Montagem para medir a água transbordada.

4. Usando o dinamômetro, registre os pesos das barras de ferro e de alumínio completamente submersas em água. Esse peso é denominado de peso aparente.
5. Coloque 70mL de água na proveta graduada. Com o cilindro de ferro no dinamômetro, faça a leitura do peso aparente do mesmo quando este desloca 2, 4, 6, 8, 10 e 12mL de água.
6. Repita o procedimento anterior com a barra de alumínio.
7. Repita os procedimentos dos itens 2 a 6, substituindo a água pelo álcool.

## TRATAMENTO DE DADOS

1. Com os resultados do item 3, com as respectivas incertezas, obtenha o empuxo sobre o cilindro de ferro pelas Eqs. (4.1) e (4.2). Veja se comprova o Princípio de Arquimedes.
2. Para os procedimentos dos itens 5 e 6 com água e álcool, construa tabelas contendo os valores dos empuxos,  $E$ , e os respectivos volumes deslocados,  $V$ , e trace gráficos  $E = f(V)$  para cada caso. Determine as densidades absolutas da água e do álcool, quando utilizando as barras de ferro e de alumínio.

3. Determine as densidades das barras de ferro e de alumínio relativas a água e ao álcool, utilizando a Eq. (4.3).
4. Com as densidades relativas do item anterior, obtenha as densidades absolutas do ferro e do alumínio, utilizando as densidade da água e do álcool obtidas pelos gráficos de  $E = f(V)$ .

## QUESTÕES

1. Há algumas relações entre *redução de peso* dos objetos quando imerso num determinado líquido e peso do volume deste que transbordou? Explique.
2. O empuxo exercido sobre um corpo depende da sua forma geométrica? Da peso do corpo submerso? Do líquido? Do tipo de material do corpo imerso? Explique.
3. Compare seus resultados para a densidade do ferro e do alumínio com os tabelados na literatura. Expresse sua resposta utilizando o erro relativo entre os valores obtidos e tabelados.



## Dilatação Térmica

### 5.1 Objetivo

Determinar do coeficiente de dilatação térmica linear de sólidos.

### 5.2 Introdução Teórica

As variações de temperatura geralmente provocam alterações nos tamanhos dos objetos. Quando se fornece calor a um corpo, a sua temperatura se eleva, provocando um aumento na intensidade da energia cinética de vibração de suas moléculas, resultando no aumento da distância média que as separam. Se este corpo é um sólido, aumentam as suas dimensões lineares (comprimento, largura e altura). A variação da dimensão linear de um objeto denomina-se dilatação linear. Considerando apenas o comprimento, tem-se a dilatação linear dada pela expressão:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T. \quad (5.1)$$

onde  $\Delta L$  é a variação de comprimento do corpo sólido,  $L_0$  seu comprimento inicial,  $\Delta T$  é a variação de temperatura e  $\alpha$  o coeficiente de dilatação linear (depende do material de que é feito o corpo sólido).

## 5.3 Parte Experimental

### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 gerador elétrico de vapor de 600ml de água
- 1 dilatômetro linear
- 1 termômetro
- tubos de cobre, aço e latão

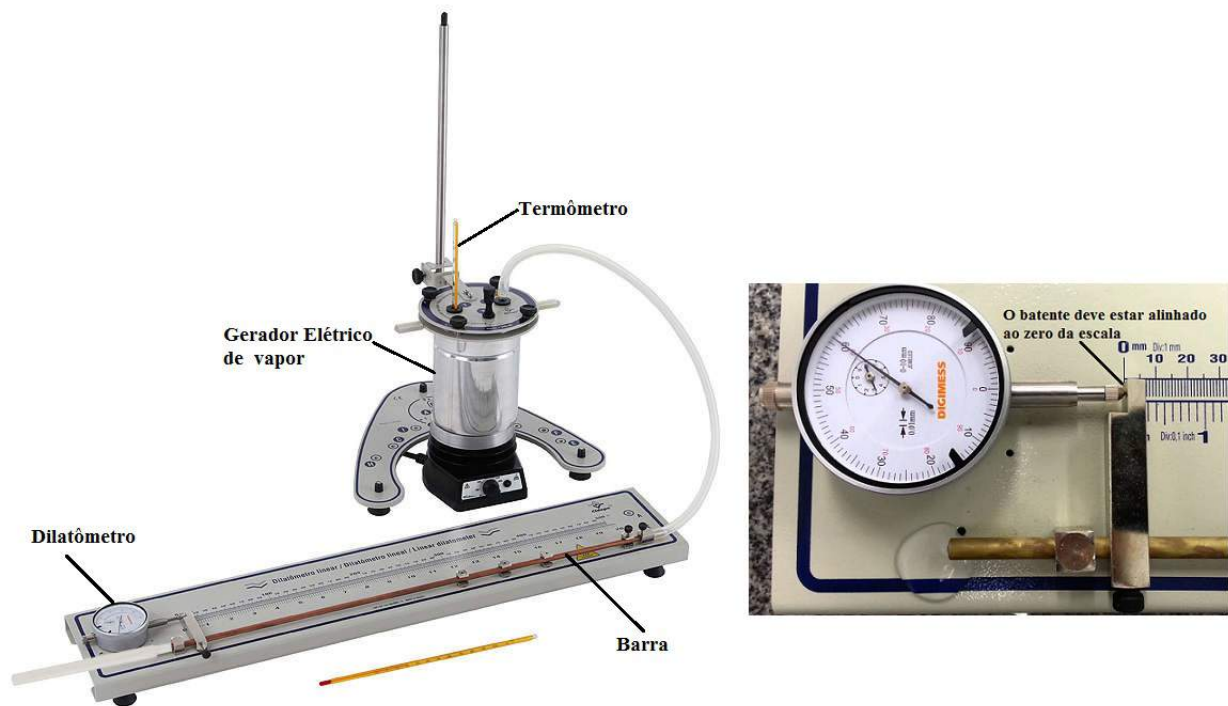


Figura 5.1: Montagem do experimento de Dilatação.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Examine a montagem esquematizada na Fig.5.1, o tubo é montado com uma das extremidades fixa e a outra móvel, acoplada a um dilatômetro. Ao passar uma corrente de vapor d'água pelo tubo, este sofrerá uma dilatação que é registrada pelo extensômetro, em centésimos de milésimos ( $\Delta x = 0,01\text{mm}$ ).
2. Anote a temperatura inicial do tubo (ele está em equilíbrio térmico com o ambiente).
3. Meça o comprimento do tubo (entre o ponto de fixação e o acionador do dilatômetro).

4. Ligue o gerador de vapor até começar a sair vapor de água pela outra extremidade do tubo, aguarde o relógio do dilatômetro parar de variar. Nesta etapa, anote a leitura fornecida pelo dilatômetro.
5. Repita os procedimentos anteriores para os tubos de outros materiais.

### **TRATAMENTO DE DADOS**

Por meio da Equação 5.1, determine o coeficiente de dilatação linear,  $\alpha$ , do cobre, aço e latão.

### **QUESTÃO**

Compare os valores obtidos com os valores tabelados e enumere as possíveis fontes de erro do experimento.

# UNIDADE 6

## Troca de Calor

### 6.1 Objetivo

Determinar o calor específico de uma substância.

### 6.2 Introdução Teórica

Se dois sistemas de temperaturas diferentes são colocados em contato, depois de certo tempo eles estarão com a mesma temperatura. Em condições ideais de isolamento com o ambiente, o calor cedido  $Q_c$  pelo sistema mais quente é igual ao calor recebido  $Q_r$  recebido pelo sistema mais frio. Isto acontece porque em um sistema isolado, que não entra e nem sai calor, a soma algébrica das transferências internas de calor é nula,  $Q_c + Q_r = 0$ . A quantidade de calor (cedida ou recebida) é função da massa,  $m$ , do calor específico,  $c$ , e da variação de temperatura,  $\Delta T$ , do seguinte modo:

$$Q = mc\Delta T. \quad (6.1)$$

Imaginemos um sistema composto de água quente, água fria e calorímetro. Na ausência de perdas de calor para o ambiente, podemos escrever:

$$Q_{\text{água quente}} + Q_{\text{água fria}} + Q_{\text{calorímetro}} = 0. \quad (6.2)$$

O calorímetro é um recipiente fechado que não permite trocas de calor com o ambiente (isolado termicamente), similar à garrafa térmica. É utilizado para determinar o calor específico das substâncias, ele também participa das trocas de calor. Portanto, há necessidade de se calcular o seu equivalente em água, isto é, a quantidade de água que tem a mesma capacidade térmica,  $C = mc$ , do calorímetro.

## 6.3 Parte Experimental

### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 calorímetro de 500ml
- 1 termômetro
- 1 béquer
- 1 aquecedor de imersão
- 1 haste de madeira
- 1 balança
- 1 cilindro de ferro

A montagem está ilustrada na Fig. 6.1.

### 6.3.1 EXPERIMENTO 1

#### OBJETIVO

Determinar a capacidade térmica do calorímetro.

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Coloque 200g de água,  $m_c$ , no calorímetro e anote a temperatura,  $T_{ci}$ . Anote seus dados na Tabela 6.1



Figura 6.1: Montagem do experimento. O calorímetro está representado em azul.

2. Meça 200g de água,  $m_h$ , com um béquer.
3. Aqueça essa água até uma temperatura entre  $70^{\circ}\text{C}$  e  $80^{\circ}\text{C}$ . Anote essa medida,  $T_{hi}$ .
4. Coloque esta água quente no calorímetro e, sempre agitando a mistura com uma haste de madeira, anote a temperatura de equilíbrio,  $T_f$ . Essa operação não deve ser muito demorada para que as perdas de calor para o ambiente sejam minimizadas.

$(m_c \pm \quad) \text{ g}$	$(m_h \pm \quad) \text{ g}$	$(T_{ci} \pm \quad) ^{\circ}\text{C}$	$(T_{hi} \pm \quad) ^{\circ}\text{C}$	$(T_f \pm \quad) ^{\circ}\text{C}$

Tabela 6.1: Tabela de Dados para o Experimento 1. Anote as incertezas.

## TRATAMENTO DE DADOS

Sabendo que, abstraindo-se as perdas, todo o calor cedido pelo sistema água quente + calorímetro foi absorvido pela água fria, determine a capacidade térmica do calorímetro por meio da Eq. (6.2).

### 6.3.2 EXPERIMENTO 2

#### OBJETIVO

Determinar o calor específico do latão.

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Derrame a água de seu calorímetro e deixe-o esfriar por uns 10 minutos.
2. Enquanto espera, determine a massa do cilindro de latão,  $m_\ell$ , mergulhe-o num béquer com água e ligue o aquecedor até que a água entre em ebulição.
3. Coloque 200g de água fria,  $m_c$ , no calorímetro e anote a sua temperatura,  $T_{ci}$ .
4. Retire o cilindro de latão da água fervente e coloque no calorímetro. Sempre agitando, espere e anote a temperatura de equilíbrio térmico,  $T_f$ .

$(m_c \pm \quad) \text{ g}$	$(m_\ell \pm \quad) \text{ g}$	$(T_{ci} \pm \quad) ^\circ\text{C}$	$(T_{\ell i} \pm \quad) ^\circ\text{C}$	$(T_f \pm \quad) ^\circ\text{C}$

Tabela 6.2: Tabela de Dados para o Experimento 2. Anote as incertezas.

#### TRATAMENTO DE DADOS

Com os dados da Tabela 6.2, determine o calor específico do latão<sup>1</sup>. Compare o resultado obtido com resultados tabelados na literatura.

#### QUESTÃO

Quais as possíveis fontes de erro que afetaram o seu resultado, e quais as providências que devem ser tomadas para que o resultado obtido seja mais preciso?

<sup>1</sup>Este procedimento é idêntico ao do experimento 1, porém em vez de usar água quente, usou-se o latão quente.

## Gases Ideais

### 7.1 Objetivo

Calcular a constante universal do gás ideal, a partir de medidas de volume  $V$  e pressão  $p$ , mantendo a temperatura constante (Lei de Boyle-Mariotte) e a quantidade de substância.

### 7.2 Introdução Teórica

O estado de um gás é dado pelas variáveis de estado pressão ( $p$ ), volume ( $V$ ), temperatura ( $T$ ) e a quantidade de substância  $n$ , normalmente expressa em quantidade de mols, relacionadas entre si.

Para um gás ideal (baixas pressões, altas temperaturas), a relação entre as variáveis de estado é descrita pela Lei do Gás Ideal:

$$pV = nRT \quad (7.1)$$



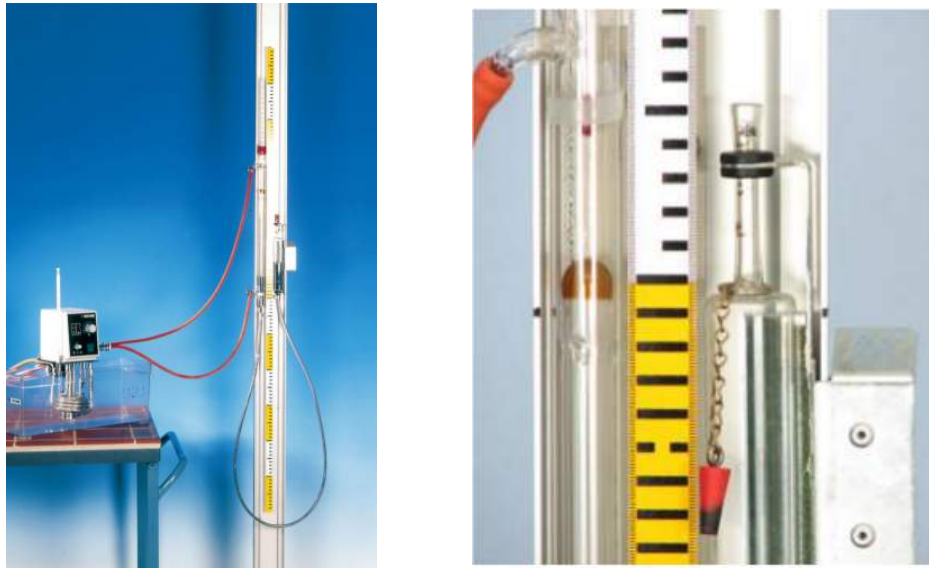


Figura 7.1: Montagem do Experimento de Gás Ideal. Remova a tampa de borracha vermelha antes de iniciar.

## 7.3 Parte Experimental

### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 Aparato da Lei dos gases
- 1 Termostato de imersão
- 1 Termômetro de laboratório
- Tubo de borracha
- Prendedor p/ vedação
- 1 Bandeja de Mercúrio

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A montagem do experimento de gás ideal está representado na Fig.7.1. Antes de iniciar as medições, remova a pequena tampa de borracha do reservatório de mercúrio (tubo direito).

Para verificar a relação entre a pressão,  $p$ , e o volume,  $V$ , do gás, a altura da coluna de ar deve ser ajustada, erguendo-se ou abaixando-se o reservatório de mercúrio, para que haja um desnível entre as superfícies de mercúrio nos dois ramos do aparato. A altura  $\ell$  da coluna de ar no tubo de medição e a diferença de altura  $\Delta h$  entre o nível de mercúrio no reservatório e o nível de mercúrio no tubo de medição pode ser lido na escala métrica do dispositivo. Veja Figura 7.2. Não deixe de considerar que na extremidade aberta há a ação

da pressão atmosférica,  $p_a$ , que pode ser determinada com um barômetro.

Durante esta experiência, a temperatura do sistema deve ser mantida constante a 298,15K (25°C). Isso é obtido por meio da bomba de água, que tem a temperatura desejada com auxílio de um termostato.

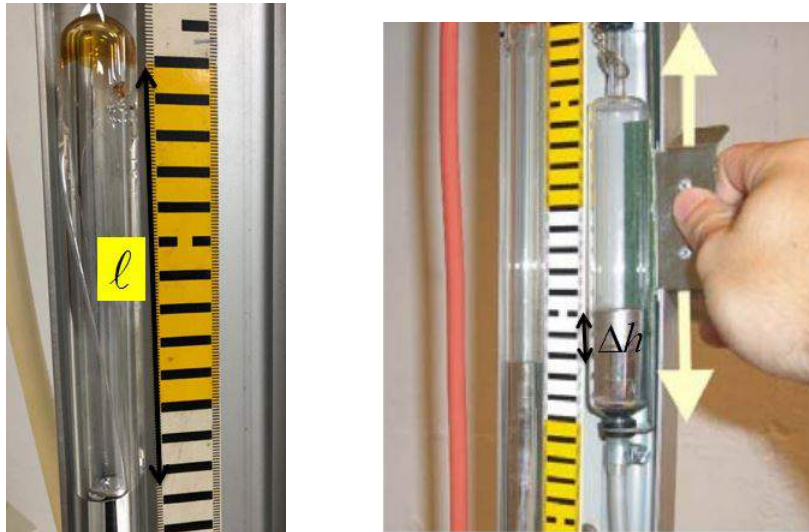


Figura 7.2: Medindo o altura da coluna de ar,  $\ell$ , e a altura entre os níveis de mercúrio no reservatório de mercúrio e no tubo de medição,  $\Delta h$ .

1. Ligue o termostato e ajuste a temperatura para 298,15K (25°C).
2. Aguarde até que a temperatura no tubo de medição esteja constante (veja o termômetro acima o tubo de medição).
3. Mova o reservatório de mercúrio (Fig. 7.2) até os níveis de mercúrio no reservatório de mercúrio e no o tubo de medição esteja na mesma altura ( $\Delta h = 0$ ).
4. Leia o comprimento  $\ell$  da coluna de ar no tubo de medição (distância entre entre o nível de mercúrio e o segmento do tubo de medição marcado com marrom na parte superior)
5. Realize pelo menos 10 medições elevando o reservatório de mercúrio e lendo na escala o comprimento  $\ell$  da coluna de ar e a diferença de altura  $\Delta h$  entre os níveis de mercúrio no reservatório de mercúrio e no tubo de medição. Anote seus resultados na Tabela 7.1.

## TRATAMENTO DE DADOS

A partir de suas medidas:

1. Calcule a pressão,  $p$ , pela equação a seguir e registre seus resultados na Tabela 7.1.

$$p = p_a + \Delta p = p_a + \Delta h \times 0,1333 \text{kPa} \times \text{mm}^{-1} \quad (7.2)$$

2. Calcule o volume,  $V$ , pela equação a seguir e registre seus resultados na Tabela 7.1.

$$V = \pi \left( \frac{d}{2} \right)^2 \times \ell + V_2 = \left[ \pi \left( \frac{11,4 \text{mm}}{2} \right)^2 \times \ell \times \frac{10^{-6}}{\text{mm}^3} + 1,01 \right] \text{ml}, \quad (7.3)$$

onde  $d$  é o diâmetro do tubo de medição e  $\ell$  deve ser dado em milímetro. Para calcular o volume  $V$  do gás no tubo, o volume do segmento marrom marcado no tubo de medição,  $V_2 = 1,01 \text{ml}$  que deve ser adicionado ao volume.

3. Plote um gráfico do volume,  $V$ , versus o recíproco da pressão,  $p^{-1}$ . A partir do gráfico, obtenha a constante universal do gás ideal,  $R$ .

$\Delta h(\text{mm})$	$\ell(\text{mm})$	$p(\text{kPa})$	$V(\text{ml})$
0			

Tabela 7.1: Tabela de Resultados.

Para obter a constante universal do gás pela inclinação da reta, você precisa deter-

minar o valor do número de moles de ar,  $n$ .

$$n = \frac{V_0}{V_m}, \quad (7.4)$$

onde  $V_m$  é o volume molar do gás (ar). Sob condições padrões ( $T_0 = 273,15\text{K}$  e  $p_0 = 101,325\text{kPa}$ ), o volume molar vale  $V_m = 0,022414\text{m}^3 \text{mol}^{-1}$ .

Para calcular  $n$ , você precisa reduzir o volume medido,  $V$ , para as condições padrões. Isto pode ser obtido pela equação

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T} \quad (7.5)$$

Insira um conjunto de valores medidos  $p$ ,  $V$  e  $T$  da Tabela 7.1 e obtenha um valor  $V_0$  para seu sistema nas condições padrões.

# Apêndice **A**

## Erros, Desvios e Incertezas

### A.1 Introdução

O presente texto apresenta os elementos básicos, necessários ao tratamento dos dados experimentais com os quais você terá que lidar, ao realizar seus experimentos em física básica.

É um fato bem arraigado na mente do aluno que, ao tratar teoricamente com grandezas, tem a impressão de estar lidando com valores absolutos que independem do experimentador ou do instrumento de medidas utilizado para obtê-las.

### A.2 Algoritmos Significativos

A escala da Fig.A.1 é a de uma régua graduada em cm. Se dois experimentadores fossem anotar o comprimento assinalado pela seta, poderiam tê-lo feito da seguinte forma:

Experimentador 1 : 4,6 cm

Experimentador 2 : 4,7 cm

e nenhum deles estaria errado.



Figura A.1: Régua graduada em cm.

Nos resultados obtidos, vê-se que ambos anotaram o algarismo 4, avaliando porém a fração de forma distinta.

Se um terceiro experimentador tivesse anotado o valor 4,65 cm, ele teria avaliado centésimos da menor divisão da escala da régua, numa precisão absolutamente desnecessária. Se ele não consegue ler os milímetros (não estão marcados na escala), não tem sentido avaliar frações desses mesmos milímetros. Seria um procedimento discutível ou mesmo inaceitável.

Em medições, é costume fazer estimativas com aproximações até décimos da menor divisão do instrumento.

No exemplo da Fig.A.1, a medida 1 (4,6 cm) apresenta 2 **dígitos** ou **algarismos**, dos quais o dígito ou o algarismo 6 resultou da fração avaliada da menor divisão da escala do instrumento. E é por esse motivo que nele está a dúvida ou **incerteza** da medida. Já o dígito 4 é isento de dúvidas, pois a divergência entre os dois experimentos aconteceu na avaliação da fração da menor divisão da escala.

MEDIDA 1: 4, 6 cm

MEDIDA 2: 4, 7 cm

↓

ALGARISMOS DUVIDOSOS

Os algarismos significativos de uma medida são os algarismos corretos (não duvidosos) seguidos de um algarismo duvidoso. Preste atenção: somente 1!

Desta forma, ao efetuar-se uma medida qualquer, deve-se apresentar o valor da grandeza com todos os seus algarismos significativos.

Por exemplo, a medida 85,40 g tem 4 algarismos significativos; 0,0653 m tem 3 algarismos significativos;  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C tem 2 algarismos significativos; 5 cm tem 1 algarismo significativo e ele próprio é duvidoso.

Pode-se escrever o valor de uma medida de várias formas, desde que não se altere o número de seus algarismos significativos. Por exemplo, um estudante pode determinar a massa de um objeto e escrevê-la na forma  $m = 0,02150$  kg, sendo o zero da direita significativo (surgiu de uma avaliação) ao passo que os da esquerda não o são. Pode-se escrever corretamente a medida como:

$$2,150 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

$$21,50 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$2,150 \cdot 10 \text{ g}$$

$$21,50 \text{ g}$$

tendo todas as formas apresentadas acima, 4 algarismos significativos. Qualquer representação da medida que altere o número de algarismos significativos é incorreto, como por exemplo, escrever-se  $2,15 \cdot 10^{-2}$  kg. Neste caso o algarismo duvidoso passaria a ser o 5 e a grandeza teria 3 algarismos significativos. Uma transformação de unidades não altera o número de algarismo significativos da medida de uma grandeza física.

Os dígitos de uma grandeza física contam-se a partir da esquerda para a direita, a partir do **primeiro não nulo**, e são significativos **todos** os corretos e o **primeiro** algarismo duvidoso.

### A.3 Erros e Desvios

Como ilustração tem-se em condições normais de pressão, mediu-se a temperatura da água em ebulição, obtendo-se o valor  $98,2^{\circ}\text{C}$ . A diferença entre o valor obtido e o valor considerado verdadeiro (neste caso,  $100^{\circ}\text{C}$ ) desta grandeza é de  $-1,8^{\circ}\text{C}$ .

Em outro experimento, mediu-se com uma régua a aresta de uma mesa e obteve-se o valor  $58,75$  cm. Será que neste caso é reconhecido o valor real desta grandeza?

Quando se sabe o valor real de uma grandeza e experimentalmente encontra-se um resultado diferente, diz-se que o valor obtido contém um **erro**.

**Erro** é a diferença entre o valor obtido ao se medir uma grandeza e o valor da mesma. Matematicamente:  $\text{erro} = \text{valor medido} - \text{valor real}$ .

Mas o valor real ou exato da maioria das grandezas físicas nem sempre é conhecido. Neste caso, estabelece-se o valor mais provável desta grandeza, isto é, o valor adotado que mais se aproxima daquele que pode ser considerado real e, ao efetuar-se uma medida, fala-se em desvios e não em erros.

**Desvio** é a diferença entre o valor obtido ao se medir uma grandeza e o valor adotado que mais se aproxima do valor real. Matematicamente:  $\text{desvio} = \text{valor medido} - \text{valor adotado}$ .

Na prática se trabalha, na maioria das vezes, com desvios e não com erros.

Um mesmo operador, ao efetuar uma série de medidas de uma grandeza, utilizando o mesmo instrumento, poderá obter diferentes valores na maioria das vezes, devido a fatores pessoais e acidentais. Quando isto acontece, é possível demonstrar que o valor mais próximo do considerado correto ou real (valor mais provável), é a média aritmética dos valores obtidos. Exemplo: Um operador, ao medir o comprimento de um tubo com uma régua milimetrada,



encontrou os seguintes valores (em metros) 1,2314; 1,2315; 1,2314 e 1,2313. O valor mais próximo do real, no caso é:

$$a = \frac{(1,2314 + 1,2315 + 1,2313 + 1,2314) \text{ m}}{4} = 1,2314 \text{ m}$$

Segundo exemplo: o valor adotado para a aceleração da gravidade no Laboratório de Física é 9,78m/s. Obtém-se experimentalmente no mesmo local 9,50 m/s; o desvio dessa grandeza é dada por  $9,50 - 9,78 = - 0,28\text{m/s}$ . O sinal negativo indica que o valor medido é menor que o valor adotado.

Terceiro exemplo: Um operador, ao medir a corrente num circuito com um amperímetro, encontrou os valores (em Ampères) 1,23; 1,22; 1,23; e 1,24. O valor mais próximo do real, no caso é:

$$i = \frac{(1,23 + 1,22 + 1,23 + 1,24) \text{ A}}{4} = 1,24 \text{ A}$$

Os desvios podem ser apresentados sob duas formas:

a) Desvios absoluto - definido acima.

b) Desvio relativo - é a razão entre o desvio absoluto e o valor adotado como o mais próximo do valor real dessa grandeza.

Utilizando o segundo exemplo tem-se que o desvio absoluto encontrado é 0,28 m/s<sup>2</sup> enquanto que o desvio relativo é 0,0286 [(0,28 m/s) / (9,78 m/s)  $\cong$  0, 0286].

O **desvio percentual** é obtido multiplicando-se o desvio relativo por 100%. No exemplo acima seria de 2,86%.

Quando um experimentador faz uma medida de uma grandeza física, esta terá um erro se for conhecido o valor real da mesma, e o resultado obtido for diferente deste. Por outro lado, se é conhecido o valor mais provável (valor adotado) da grandeza física e o resultado for diferente deste, utiliza-se o desvio.

No contexto das aulas práticas de física básica, os valores das grandezas físicas me-

didadas por você serão sempre representados pelo

VALOR MEDIDO  $\pm$  ERRO

OU

VALOR MEDIDO  $\pm$  DESVIO

quando for conhecido o valor real ou o valor mais provável, respectivamente. Na representação matemática das grandezas físicas obtidas por meio da combinação de outras grandezas medidas, deve-se omitir a exploração dos erros e dos desvios das mesmas. Esta perda de precisão na representação matemática justifica-se em medida que são priorizados os aspectos físicos intrínsecos ao problema físico abordado.

## A.4 Incertezas

### A.4.1 Incerteza Absoluta

Ao se medir uma grandeza, seu valor será dado pelos traços ou algarismos efetivamente gravados numa escala e por mais um algarismo, avaliado a critério do operador, chamado de **duvidoso**.

Como geralmente não se sabe se o valor da incerteza é para mais ou para menos, adota-se para esta um valor  $\pm \Delta$  que cobrirá um intervalo igual a  $2|\Delta|$ , em torno do valor medido. O valor  $\pm \Delta$  é chamado de incerteza absoluta. A amplitude dessa incerteza é fixada pelo operador e depende de sua perícia, da segurança desejada, da facilidade de leitura e do próprio aparelho utilizado.

Apesar de não ser norma, costuma-se adotar como incerteza absoluta de uma medida **o valor da metade da menor divisão da escala**. No exemplo da Fig.A.1, a menor divisão da escala é 1 cm. Se o experimentador 1 tivesse adotado como incerteza absoluta o valor  $\Delta = \pm 0,5$  cm, a sua leitura seria:

Experimnador 1:  $(4,6 \pm 0,5)$  cm

Com isto ele quer dizer que sua leitura é confiável dentro do intervalo 4,1 cm e 5,1 cm, mas que o valor mais provável de sua medida, na sua opinião, é 4,6 cm. Se, por outro lado, o experimentador 2 fixa como incerteza absoluta  $\Delta = \pm 0,1$  cm, ter-se-ia:

Experimnador 2:  $(4,7 \pm 0,1)$  cm

indicando que sua leitura é confiável dentro do intervalo 4,6 e 4,8 cm, sendo 4,7 cm o valor mais provável da medida.

#### A.4.2 INCERTEZA RELATIVA

É a relação entre a incerteza adotada na medição do valor de uma grandeza e este valor. Da mesma forma que o desvio relativo, a incerteza relativa fornece uma apreciação da medida e é frequentemente representada na forma percentual. voltando-se ao exemplo da Fig.A.1, tem-se:

EXEMPLO 1:

incerteza absoluta =  $\pm 0,5$  cm

incerteza relativa =  $\pm \frac{0,5 \text{ cm}}{4,7 \text{ cm}} = \pm 0,11$  (11%)

EXEMPLO 1:

incerteza absoluta =  $\pm 0,1$  cm

incerteza relativa =  $\pm \frac{0,1 \text{ cm}}{4,7 \text{ cm}} = \pm 0,02$  (2%)

Vê-se que quando menor é a incerteza relativa, maior é a qualidade da medida.

## A.5 Propagação das Incertezas

A medida de uma grandeza física pode ser obtida diretamente (comprimento, massa, tempo, etc.) ou indiretamente (área, velocidade média, momento de inércia, etc.).

Nas medidas indiretas, o valor final das grandezas irá depender das incertezas de cada uma delas, obtidas direta ou indiretamente, bem como da forma da expressão matemática utilizada para obtê-lo. Portanto, é necessário considerar-se as diferentes maneiras de propagação de incertezas. São elas:

a) Soma e Subtração - faz-se medidas de grandezas  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Ao se efetuar a soma  $A + B + C$ , é necessário encontrar a incerteza absoluta resultante.

$$A = a \pm \Delta a$$

$$B = b \pm \Delta b$$

$$C = c \pm \Delta c$$

onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  são os valores medidos e  $\pm\Delta a$ ,  $\pm\Delta b$ ,  $\pm\Delta c$  são as incertezas absolutas.

$$S = A + B + C = a \pm \Delta a + b \pm \Delta b + c \pm \Delta c$$

ou seja

$$S = s \pm \Delta s; \quad s = (a + b + c); \quad \pm \Delta s = \pm \Delta a \pm \Delta b \pm \Delta c.$$

Considerando que todas as incertezas possuem o mesmo sinal, obtém-se:

$$\pm \Delta s = \pm [|\Delta a| + |\Delta b| + |\Delta c|].$$

**Exemplo 1:** Mediu-se o comprimento de uma mesa com uma régua milimetrada, em duas etapas, obtendo-se:

$$L_1 = (1,0000 \pm 0,0004) \text{ m e } L_2 = (0,1230 \pm 0,0004) \text{ m.}$$

Assim, o comprimento da mesa, pelo critério anterior, era:

$$L = \ell \pm \Delta\ell = L_1 + L_2 = (1,1230 \pm 0,0008) \text{ m.}$$

b) Outras operações - Há casos em que se deseja calcular a incerteza relativa de uma grandeza  $F$  que tem a forma,

$$F = K \cdot A \cdot B^\alpha \cdot C^\beta,$$

ou seja,  $F$  é obtida através do produto, divisão, potenciação e radiciação de outras grandezas  $A, B, C$ , tais que  $A = a \pm \Delta a$ ,  $B = b \pm \Delta b$ ,  $C = c \pm \Delta c$  e  $K$  é uma constante qualquer.

Demonstra-se teoricamente que a incerteza relativa  $\pm \frac{\Delta f}{f}$  pode ser colocada em função das incertezas relativas que se compoem, através da seguinte expressão:

$$\pm \frac{\Delta f}{f} = \pm \left[ \left| \frac{\Delta k}{k} \right| + \left| \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| \alpha \frac{\Delta b}{b} \right| + \left| \beta \frac{\Delta c}{c} \right| \right]$$

onde

$$f = K \cdot a \cdot b^\alpha \cdot c^\beta, \text{ já que } F = f \pm \Delta f$$

A constante  $k$  poderá aparecer de duas maneiras diferentes:

1. ser um número formado por quantidade finita de dígitos ( número exato). Neste caso a incerteza absoluta  $\Delta k$  é zero.
2. ser um número que matematicamente tenha infinitos dígitos (irracional, dízima). Neste caso a incerteza absoluta dependerá da quantidade de dígitos adotado. Assim, adotando-se para  $\pi = 3,14$  e admitindo-se uma aproximação até o valor  $\pi = 3,1416$ , tem-se uma incerteza absoluta e positiva de 0,0016.

**Exemplo 2:** Deseja-se saber a área superficial de um moeda. Para tanto, dispõe-se de uma régua milimetrada e de um paquímetro, cujas leituras di diâmetro foram, respectivamente:

$$D = (22,6 \pm 0,2) \text{ mm},$$

$$D = (22,60 \pm 0,5) \text{ mm}.$$

À primeira vista pode parecer que o resultado das duas medidas são iguais, o que não é verdade. A medida feita com a régua milimetrada possui 3 algarismos significativos, enquanto que a feita com o paquímetro possui 4 algarismos significativos. As incertezas relativas são:

$$\begin{aligned} \text{régua} &= \frac{0,2}{22,6} = 0,00885 = 0,89\%, \\ \text{paquímetro} &= \frac{0,5}{22,60} = 0,0221 = 2,22\%. \end{aligned}$$

Indicando que a medida feita com o paquímetro é de maior precisão pois a incerteza relativa correspondente é menor.

A Área do cilindro é dada pela expressão:  $S = \pi R^2$ , onde  $R$  é o raio. Como  $D = 2R$ , tem-se que

$$S = \frac{\pi D^2}{4}.$$

Substituindo o valor medido tem-se,

$$S = \frac{3,14 \cdot (22,6)^2}{4} = 400,94660 \text{ mm}^2.$$

A expressão  $S = \frac{\pi D^2}{4}$  é da forma  $F = K \cdot A \cdot B^\alpha \cdot C^\beta$ , onde

$$S = F$$

$$K = \pi$$

$$A = 1$$

$$B = D$$

$$\alpha = 2$$

A constante  $1 / 4 = 0,25$  é exata e, portanto, sua incerteza é nula. Logo

$$\pm \frac{\Delta f}{f} = \pm \left[ \left| \frac{\Delta k}{k} \right| + \left| \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| \alpha \frac{\Delta b}{b} \right| + \left| \beta \frac{\Delta c}{c} \right| \right]$$

então,

$$\frac{\Delta s}{s} = \pm \left[ \left| \frac{\Delta \pi}{\pi} \right| + \left| \frac{0}{1} \right| + \left| 2 \frac{\Delta d}{d} \right| \right]$$

$$\frac{\Delta s}{s} = \pm \left[ \left| \frac{0,0016}{3,14} \right| + \left| 2 \frac{0,2}{22,6} \right| \right] = \pm 0,018298669$$

$$\Delta s = \pm (0,018298669) \cdot s = \pm (0,018298669) \cdot (400,94660) \text{ mm}^2 \quad \text{ou}$$

$$\Delta s = \pm 7,300703998 \text{ mm}^2$$

Não tem sentido escrever a grandeza  $S = s \pm \Delta s$  com todos os dígitos

$$S = (400,94660 \pm 7,30070) \text{ mm}^2,$$

pois haveriam 8 algarismos. Lembrando a definição de algarismo significativos, uma grandeza física só pode ter 1 algarismo duvidoso e o resultado acima teria 6 algarismos duvidosos. Portanto, a forma correta de expressar o resultado é:

$$S = (401 \pm 7) \text{ mm}^2.$$

Para o paquímetro,

$$S = \frac{3,14 \cdot (22,60)^2}{4} = 400,94660 \text{ mm}^2$$

$$\frac{\Delta s}{s} = \pm \left[ \left| \frac{0,0016}{3,14} \right| + \left| 2 \frac{0,05}{22,6} \right| \right] = \pm 0,004934333$$

$$\Delta s = \pm (0,004934333) \cdot (400,94660) \text{ mm}^2 = 1,978404 \text{ mm}^2 = 2 \text{ mm}^2$$

$$S = (401 \pm 2) \text{ mm}^2$$

**Exemplo 3:** Foram realizados 10 medidas de tempo para determinar a velocidade média de um carro num certo percurso AB, onde  $X_{AB} = (25,0 \pm 0,2) \text{ m}$ , encontrando-se os seguintes valores:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$(t \pm 0, 1) \text{ s}$	2,4	2,1	2,2	2,4	2,3	2,1	2,3	2,4	2,2	2,3

A velocidade média é encontrada através da relação  $\bar{v} = \frac{X_{AB}}{\bar{t}}$ , onde  $\bar{t}$  é o valor médio do tempo (valor mais provável). necessita-se portanto obter  $\bar{t}$  :

$$t = \frac{\sum t_n}{n} = \frac{[(2,4 \pm 0,1) + (2,1 \pm 0,1) + \dots + (2,3 \pm 0,1)] \text{ s}}{10}$$

$$\bar{t} = \frac{27,7 \pm 0,1}{10} \text{ s} = (2,27 \pm 0,1) \text{ s}$$

A expressão  $\frac{X_{AB}}{\bar{t}}$  é da forma  $F = K.A.B^\alpha.C^\beta$ , onde

$$K = 1$$

$$A = X_{AB} = x \pm \Delta x$$

$$B = \bar{t} \pm \Delta \bar{t}$$

$$\alpha = -1$$

$$\beta = 0$$

Logo  $F = f \pm \Delta f$  torna-se, neste caso,  $\bar{V} = \bar{v} \pm \Delta \bar{v}$  e precisa ser encontrada (lembre-se:  $K.a.b^\alpha.c^\beta$ ).

$\bar{v} = \frac{X}{t} = \frac{25,0 \text{ m}}{2,3 \text{ s}} = 10,869565522 \text{ m/s}$ , obtido diretamente de uma calculadora. O que tem que ser calculado agora é  $\Delta \bar{v}$ . Lembre-se:

$$\pm \frac{\Delta f}{f} = \pm \left[ \left| \frac{\Delta k}{k} \right| + \left| \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| \alpha \frac{\Delta b}{b} \right| + \left| \beta \frac{\Delta c}{c} \right| \right]$$

portanto

$$\pm \frac{\Delta \bar{v}}{\bar{v}} = \pm \left[ |0| + \left| \frac{\Delta x}{x} \right| + \left| -1 \cdot \frac{\Delta \bar{t}}{\bar{t}} \right| \right] = \pm \left[ \left| \frac{0,2}{25,0} \right| + \left| -1 \cdot \frac{0,1}{2,3} \right| \right]$$



$$\frac{\Delta\bar{v}}{\bar{v}} = \pm 0,05147826.$$

Esta ainda é a incerteza relativa. Para a determinação da incerteza absoluta tem-se:

$$\Delta\bar{v} = \pm 0,05147826 \cdot \bar{v} = \pm (0,05147826) \cdot (10,869565522) \text{ m/s ou}$$

$$\Delta\bar{v} = \pm 0,559546313 \text{ m/s}$$

Não tem sentido escrever-se a grandeza  $\bar{V} = \bar{v} \pm \Delta\bar{v}$  com todos os dígitos. **A incerteza absoluta deve ser escrita com um dígito significativo.** Logo  $\Delta\bar{v} = \pm 0,6$  m/s. Por uma questão de coerência, deve ser truncado também o valor da medida, para que se igualem as casas decimais. Assim  $\bar{v} = 10,9$  m/s. Portanto.

$$\bar{v} = (10,9 \pm 0,6) \text{ m/s}$$

Antes de encerrar o exemplo, devem ser comparadas as incertezas relativas das grandezas  $\bar{V}$ ,  $X_{AB}$  e  $\bar{t}$ :

$$\frac{\Delta\bar{v}}{\bar{v}} = 5,1\%; \quad \frac{\Delta x}{x} \simeq 0,8\%; \quad \frac{\Delta\bar{t}}{\bar{t}} = 4,3\%$$

Deve-se notar que a maior delas é a de  $\frac{\Delta\bar{v}}{\bar{v}}$ , evidenciando-se assim a propagação das incertezas.

### A.5.1 Erros Acidentais

Por mais cuidadoso que seja o operador ou o processo de medição de uma grandeza, não se pode deixar de levar em conta certos fatores acidentais que afetam as medidas:

- a) Defeitos não sistemáticos de leitura (imperícia do operador).
- b) Variação de capacidade de avaliação com o número de medidas efetuadas.

c) Discrepâncias nos valores referentes à observação de uma mesma grandeza, por vários observadores.

d) As próprias condições dos aparelhos de medidas (erros de paralaxe que variam com a magnitude da grandeza).

e) Reflexos variáveis do operador (por exemplo, no caso de acionamento de um cronômetro).

f) Dificuldades na obtenção de certas medidas (ajuste de zero de uma escala ou outros tipos de ajustes).

g) Interesse do operador em obter medidas em situações diferentes, com o intuito de conseguir um valor mais representativo de uma grandeza.

h) Outros fatores não intencionais, que podem afetar a medida durante a realização da mesma.

## CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS I

### B.1 OBJETIVO

Determinação de leis e grandezas físicas a partir da análise de gráficos de dados experimentais, construídos em papel milimetrado e di-logaritmo.

### B.2 INTRODUÇÃO

Uma das técnicas utilizadas por profissionais das mais diversas áreas é a construção e interpretação de gráficos. A utilização de gráficos constitui uma maneira muito fácil de se ter uma visualização e um melhor entendimento do comportamento das variáveis do fenômeno estudado, além dos mesmos possibilitarem a obtenção de muitas outras informações importantes. As técnicas de construção de gráficos são extremamente úteis quando se quer fazer uma comparação entre os dados experimentais e teóricos. Isto pode ser realizado de duas maneiras:

- 1) através do gráfico traçado a partir de dados experimentais, pode-se estabelecer a relação matemática entre as variáveis e compará-la com a expressão teórica.
- 2) pode-se traçar a curva teórica e experimental num mesmo sistema de eixo e então compará-las.

É ainda através de gráficos que se determinam com mais facilidade os diversos coeficientes ligados às propriedades de certos materiais ou se encontram parâmetros para situações particulares.

De acordo com a natureza da relação entre as grandezas envolvidas, os gráficos podem ser feitos em papel milimetrado, mono-log, di-log, além de outros com padrões especiais.

## B.3 CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

A seguir são apresentados 3 exemplos de como devem ser feitas as construções e análises gráficas de um conjunto de dados experimentais.

### Exemplo 1:

Um aluno mediu a velocidade de um objeto em função do tempo e construiu a seguinte tabela:

$(t \pm 0,1)s$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,5	1,8	2,1
V(m/s)	$4,3 \pm 0,5$	7,7	8,9	$12 \pm 1$	14	18	20

Tabela B.1

Ele deve fazer um gráfico dessas duas grandezas, isto é, distribuir os valores de v e t em eixo horizontal e vertical.

## ASPECTOS GERAIS A SEREM CONSIDERADOS NA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

### 1. Título:

O gráfico tem que conter todas as informações necessária a sua compreensão, evitando que se leia todo o texto no qual o mesmo este inserido, para saber do que se trata. Deve ser escolhido um título conciso e ao mesmo tempo bem explicativo.

## 2. Eixos:

É norma universal colocar a variável independente no eixo das abcissas (eixo  $x$ ) e a variável dependente no eixo das ordenadas (eixo  $y$ ). No gráfico três coisas precisam estar claras em relação aos eixos;

- a) a grandeza física a ser representada no eixo;
- b) as unidades empregadas;
- c) os valores numéricos da grandeza e unidade apropriadas, representadas por intervalos adequados ao longo dos eixos.

No exemplo da tabela 1, nota-se que  $v$  foi medido em função de  $t$ , ou seja,  $v = f(t)$ , sendo  $v$  a variável dependente e  $t$  a variável independente.

## 3. Escala:

Deverá estar de acordo com os valores numéricos referentes aos dados das grandezas físicas envolvidas no problema objeto de estudo, sendo escolhida de maneira que facilite a interpolação. Também deve permitir que os pontos experimentais fiquem contidos no papel, de forma que os mesmos sejam distribuídos na maior parte de sua extensão, isto é, não fiquem concentrados somente em uma pequena região do mesmo.

## 4. Barras de incerteza: No nosso contexto elas serão ignoradas.

Como explicitado no exemplo da tabela 1, inspecionado os valores da velocidade, verifica-se que o menor deles é 4,3 m/s e o maior 20,0 m/s. Isto significa que a variação entre eles é 15,7 m/s. Caso se deseje incluir o valor  $v = 0$ , apesar do mesmo não constar na tabela, esta variação será igual a 20 m/s.

Os valores de  $t$  expressos nesta mesma tabela, serão representados mais facilmente no gráfico se forem escritos em forma de número inteiros (não é obrigatório), expressos como potências de 10, como indicado adiante.

$t \times 10^{-1}(\text{s})$	5	8	10	13	15	18	21
------------------------------	---	---	----	----	----	----	----

A respectiva variação, ao se incluir o valor  $t = 0$ , é de 21 s (não se preocupe com o fator  $10^{-1}$ , por enquanto). Logo, a variação de  $v$  é de 20 m/s e a variação de  $t$  é de 21 s.

Neste caso as variações são muito próximas, sendo indiferente representar  $v$  ou  $t$  ao longo do eixo situado no lado maior do papel (o papel milimetrado mais utilizado tem 28 cm  $\times$  18 cm). Escolhendo os valores de  $v$  para o lado maior, ter-se-ia 20 m/s equivalendo a 28 cm, ou seja, 1 cm 0,701...m/s. O correto seria escolher a escala inteira imediatamente superior, o que daria 1 cm  $\rightarrow$  1 m/s.

Pelas mesmas razões, se os valores de  $t$ , estiverem dispostos em toda extensão do lado menor do papel, 18 cm, resultaria numa representação em que 1cm corresponderia a 1,166...s. A escala inteira imediatamente superior corresponde a 1 cm 2 s, ou seja, 1:2. É importante enfatizar que se deve evitar trabalhar com escalas como 1:3, 1:7, 1:9, etc., pela dificuldade na marcação de decimais.

## REPRESENTAÇÃO DOS DADOS

Após determinar as escalas em ambos os eixos, localiza-se cada um dos valores numéricos  $v$  e  $t$ , fazendo-se a seguir a devida correspondência entre eles, conforme mostrado na Fig.B.1. Observe que o fator  $10^{-1}$  para o tempo é colocado ao longo do eixo  $t$ .

## COMO TRAÇAR A CURVA RESULTANTE

Ao se observar a distribuição dos pontos, vê-se que a reta é a curva que se melhor se ajusta a esse ponto. Como esses pontos não são perfeitamente colineares (geralmente não o são), chama-se essa reta de reta média. A maneira mais simples de se obter a reta média é com o auxílio de uma régua transparente. Ao traçar a reta que representa o comportamento médios dos dados da tabela B.1, deve-se levar em conta o desvio experimental avaliado que afeta cada ponto medido. A reta deve passar, pelo menos, em 70% das barras de incerteza

e de forma que metade dos pontos fique acima e metade abaixo da reta. Pode-se estimar a incerteza no coeficiente angular da reta média, traçando-se, além da própria reta, as retas de máxima e de mínima inclinação e ambas devem passar por todas as barras de incerteza. Em seguida, calcula-se os coeficientes angulares das três retas e toma-se o valor absoluto da maior diferença entre o coeficiente angular da reta média e das outras duas. Este valor é a incerteza no coeficiente angular da reta média.

## INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DO GRÁFICO

Conforme mostrado na Fig.B.1, a curva obtida para  $v = f(t)$  a reta, cuja equação geral é:

$$Y = ax + b,$$

onde  $y$  é a variável dependente,  $x$  a variável independente,  $a$  é a inclinação da reta e  $b$  o ponto onde esta corta o eixo  $y$ . Para o presente exemplo esta equação corresponde à expressão

$$v = v_0 + At,$$

onde  $v_0$  é a velocidade para  $t = 0$ . Para determinar o valor de  $v_0$ , basta prolongar a reta até que a mesma encontre o eixo  $v$ . Este procedimento recebe o nome de **extrapolação**.

A inclinação  $A$  (neste caso, a aceleração) é determinado através da tangente ao ângulo  $\theta$ , como mostrado na Fig.B.1. Para isso, mede-se o cateto oposto (BC) e o adjacente (DC); em suas respectivas escalas, obtendo-se:

$$a = \operatorname{tg}\theta = \frac{\text{BC}}{\text{DC}} = \frac{(13,5 \pm 0,8) \text{ m/s}}{(1,4 \pm 0,1) \text{ s}} = 9,64 \text{ m/s}^2.$$

Como  $A = a \pm \Delta a$ , pois resulta de uma operação entre outras duas grandezas que possuem incertezas, temos (consulte o APÊNDICE A):

$$A = \frac{13,5 \text{ m/s}}{1,4 \text{ s}} = 9,642857143 \text{ m/s}^2$$

e

$$\Delta a = \left[ \left| \frac{\Delta v}{v} \right| + \left| \frac{-1 \cdot \Delta t}{t} \right| \right] \cdot 9,642857143 = 1,260204082 \text{ m/s}^2.$$

Portanto,

$$a = (10 \pm 1) \text{ m/s}.$$



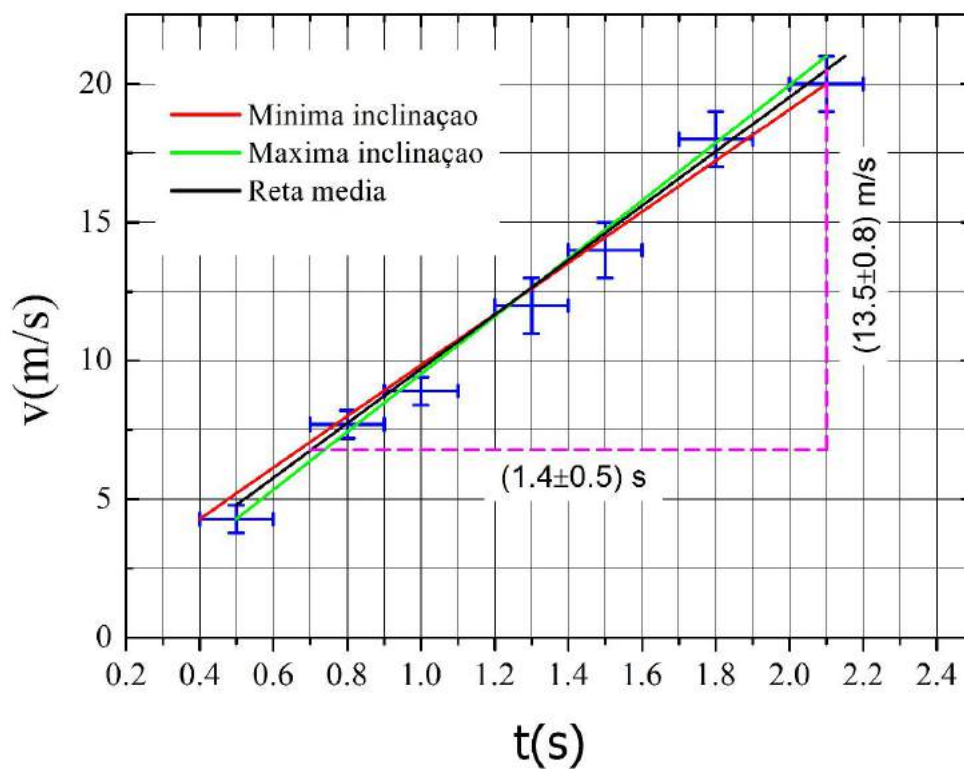


Figura B.1: Gráfico  $v = f(t)$  construído a partir da Tabela B.1.

**Exemplo 2:**

Um aluno mediu o período de oscilação de um sistema massa-mola em função da massa colocada na extremidade da mola. Para facilitar a leitura, foi medido o tempo ( $t$ ) correspondente a 10 oscilações. Com os resultados obtidos, construiu-se a seguinte tabela:

$m \cdot 10^{-3}(\text{kg})$	$(t \pm 0,1) \text{ s}$	$(T \pm 0,01) \text{ s}$
$50 \pm 0,1$	2,0	0,20
$100 \pm 0,2$	2,8	0,28
$200 \pm 0,3$	3,9	0,39
$300 \pm 0,4$	4,9	0,49
$400 \pm 0,5$	5,6	0,56

Tabela B.2

Ele deve fazer um gráfico dessas duas grandezas, isto é, distribuir os valores de  $T$  e  $m$  em eixo horizontal e vertical.

Neste exemplo conforme mostrado na tabela 2, nota-se que  $T$  foi medido em função de  $m$ , ou seja,  $T = f(m)$ , onde  $T$  é a variável dependente e  $m$  é a variável independente.

## REPRESENTAÇÃO DOS DADOS

Como  $T = 2\pi\sqrt{m/k}$  para o sistema massa mola, se for feito um gráfico do tipo  $T = f(m)$ , em papel milimetrado, a curva obtida não será uma reta, pois o valor da massa está elevado a  $1/2$  ( $T \propto m$ ). Para linearizar esta expressão, aplica-se o logaritmo nos dois lados da igualdade, obtendo-se:

$$\text{Log}T = \log 2\pi + (1/2)\log m - (1/2)\log k,$$

$$\log T = (1/2)\log m + \log(2\pi/k).$$

Chamando  $y = \log T$ ,  $x = \log m$  e  $c = \log(2\pi/k)$  tem-se:

$$y = (1/2)x + c,$$

que representa uma reta de inclinação  $\frac{1}{2}$  e de coeficiente linear  $c$ .

Portanto, se a tabela dois for refeita tomando-se os logaritmos da massa ( $m$ ) e o período ( $T$ ), o gráfico da função  $y = f(x)$  será uma reta. No entanto um tipo especial de papel, chamado de di-log, em que os valores de  $T$  e  $m$  da tabela 2 podem ser lançados diretamente, sem a necessidade de serem tomados os seus logaritmos.

Observando-se o papel di-log, vê-se que o primeiro ponto equivalente a 1, pois  $\log$  de  $10 = 1$ . Como o menor valor da massa é igual a  $50,0 \times 10^{-9}$  kg, o início da escala horizontal deve corresponder a  $10,0 \times 10^{-9}$  kg. Para período, o começo da escala deve ser em  $t = 0,10$  s.

Para traçar a curva resultante, repete-se o procedimento utilizado no exemplo 1.

**INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DO GRÁFICO**

Conforme já dito e como mostrado na Fig.B.2, a curva obtida para  $T = f(m)$ , em papel di-log é uma reta. Prolongando-se a reta e tomando  $m = (1,0 \pm 0,01)$  kg, tem-se que  $T = (0,89 \pm 0,01)$  s.

Isolando a constante elástica da expressão  $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ , resulta:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}.$$

Substituindo-se os valores acima, obtêm-se:

$$k = \frac{4\pi^2 \times 1,0}{0,89^2} = 49,78 \text{ N/m}.$$

e

$$\Delta k = \pm 2 \text{ N/m}$$

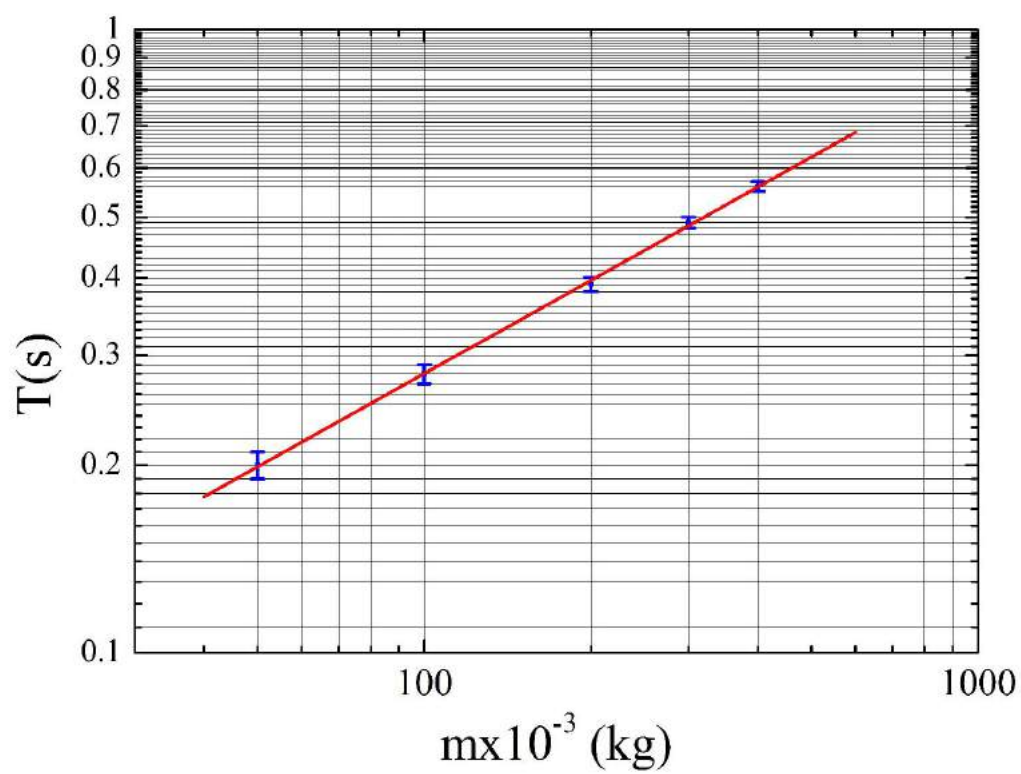


Figura B.2: Gráfico di-log do período versus a massa para um sistema massa-mola.

## CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS II

### C.1 OBJETIVO

Determinação de leis e grandezas físicas a partir da análise de gráficos de dados experimentais, construídos em um programa gráfico em escalas lineares e logarítmicas.

### C.2 INTRODUÇÃO

Esse apêndice é um complemento do apêndice B, no entanto, em vez de usar papel milimetrado ou papel di-log, usamos um programa gráfico, nessa substituição usamos gráficos em escalas lineares e logarítmicas.

**Escala Linear:** um gráfico construído em um escala linear, equivale ao que fizemos em um papel milimetrado, a diferença é somente a troca do papel por um programa gráfico em escala linear.

**Escala Logarítmica:** um gráfico construído em escala logarítmica, equivale ao que fizemos em um papel di-log, a diferença é somente a troca do papel di-log, por um programa gráfico em escala logarítmica.

Podemos usar um artifício chamado regressão linear, tanto em gráficos em escala linear quanto em escala logarítmica, para isso temos que ter uma reta dos pontos de nossos

dados.

**Regressão Linear:** é apenas um artifício para encontrar o valor que corta o eixo  $y$  e a tangente da reta, para isso faz-se uma reta média dos pontos dados.

Para ilustrar vamos dar 2 exemplos, um com uso de escala linear, outro com escala logarítmica.

O programa gráfico usado neste exemplo, é o “ORIGIN”, e os comandos indicados são da versão 6.0.

### Exemplo 1:

Neste exemplo, vamos mostrar ao aluno como encontrar os seguintes valores da reta: o valor o que corta o eixo  $y$  e a tangente da reta, usando um programa gráfico em escala linear. Isso é a mesma situação, que ilustramos exemplo 1 do apêndice B, no qual usamos papel milimetrado. Por isso, é de suma importância saber que o programa gráfico é apenas uma substituição do papel milimetrado.

Um aluno mediu uma tensão em um resistor em função da corrente e construiu a seguinte tabela, vamos achar a resistência  $R$  do resistor:

$i$ (A)	$V$ (V)
0,042	2,0
0,085	4,0
0,125	6,0
0,170	8,0
0,215	10,0
0,255	12,0

Tabela C.1. Valores da corrente e da tensão.

Utilizamos o programa gráfico “**ORIGIN**”, pegamos os valores da corrente e da tensão da Tabela C.1, colocamos os valores da corrente na horizontal (eixo  $x$ ) e da tensão na vertical (eixo  $y$ ). Usamos o comando **scatter**, localizado no **Plot**, com isso obtemos o grafico de  $V = f(i)$  em escala linear, como mostra a Fig.C.1.

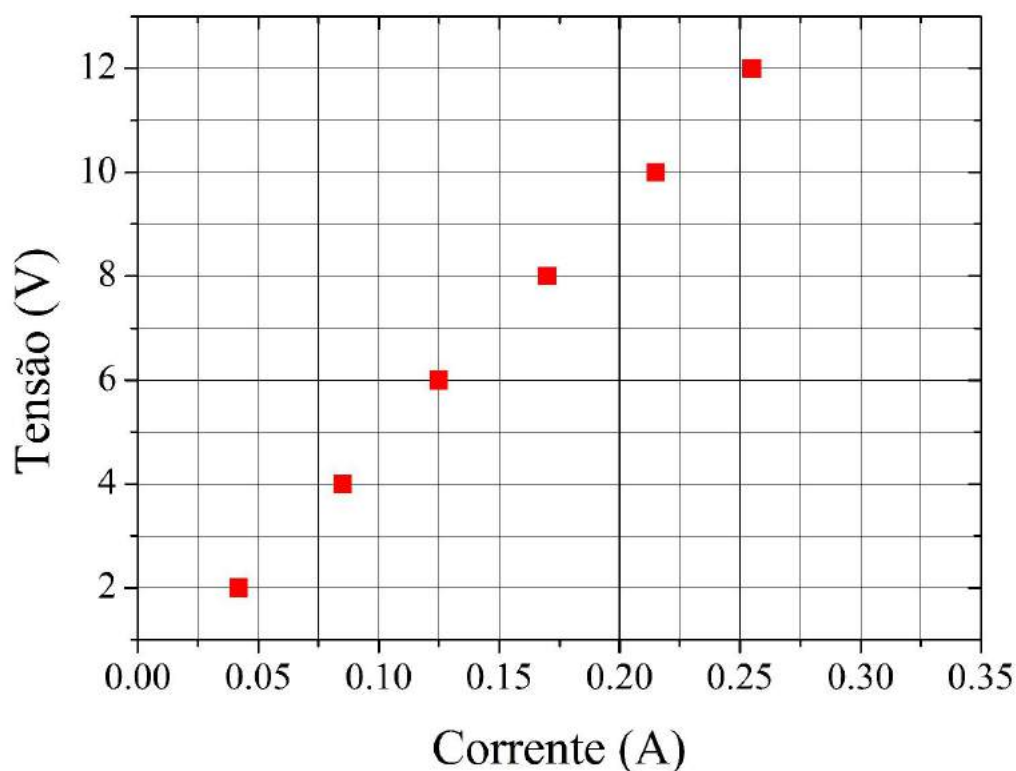


Figura C.1: O gráfico mostra  $V = f(i)$ , tensão em função da corrente, usando os dados da Tabela C.1.

Observamos que obtivemos uma reta do gráfico  $V = f(i)$ , portanto temos:

$$V = A + Bi.$$

Onde  $A$  é o valor que corta o eixo  $y$  e  $B$  a tangente média da reta. Podemos encontrar esses valores, usando um artifício que chamamos de **regressão linear**, que nada mais é traçar uma reta média no gráfico e obter o valor que corta o eixo  $y$  “ $A$ ” e a tangente da reta “ $B$ ”.

Portanto, a regressão linear é feita no programa gráfico, usando o comando **Fit Linear**, localizado em **Analysis**. A reta obtida pela regressão linear e os pontos  $A$  e  $B$  estão mostrado na Fig.C.2.

Logo, temos a seguinte função:

$$V = 0,064 + 46,64i.$$

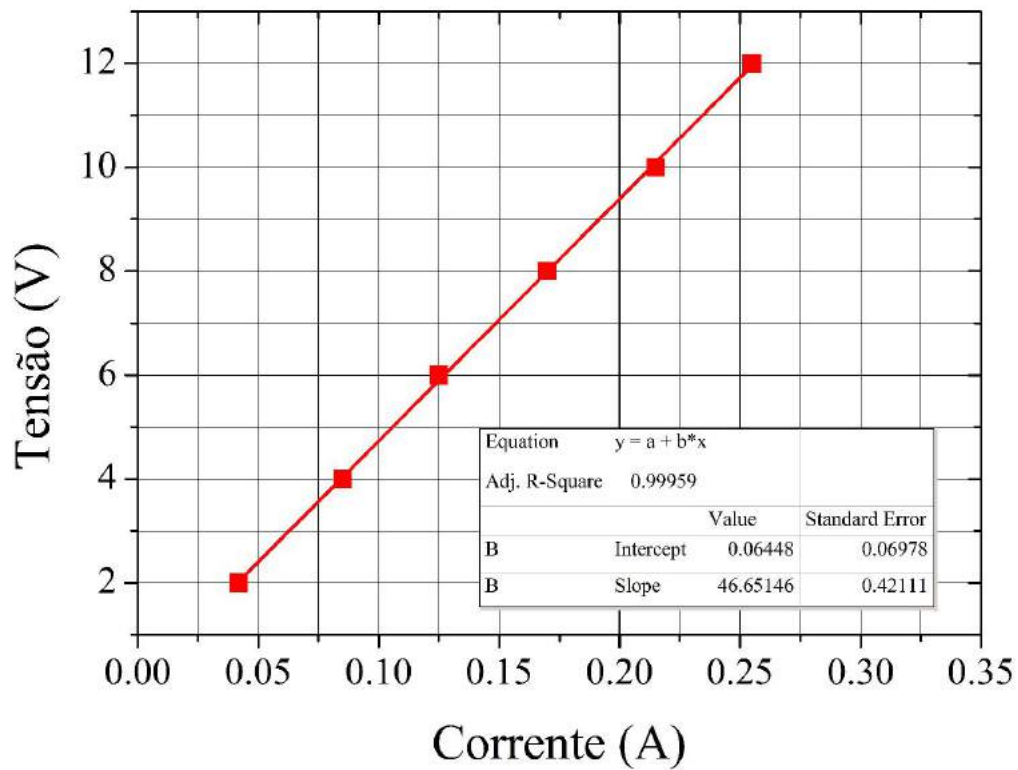


Figura C.2: Neste gráfico mostramos a regressão linear da função  $V = f(i)$ .

portanto a resistência é  $R = 46,64 \Omega$ .

### Exemplo 2:

Vamos usar um programa gráfico, em escala logarítmica para encontrar a função  $T = f(m)$ , em seguida a constante da mola  $k$ .

Um aluno mediu o período de oscilação  $T$  de um sistema massa-mola, para cada massa  $m$ , os dados foram colocados na Tabela C.2.



$m$ (kg)	$T$ (s)
0,050	0,20
0,100	0,28
0,200	0,39
0,300	0,49
0,400	0,56

Tabela C.2. Valores da massa e do período de um sistema massa mola.

Usando o programa gráfico **ORIGIN**, colocamos os valores da massa na horizontal (eixo x) e os valores do período na vertical (eixo y), usamos **scatter** localizado no **PLOT**, e obtivemos o gráfico mostrado na Fig.C.3.

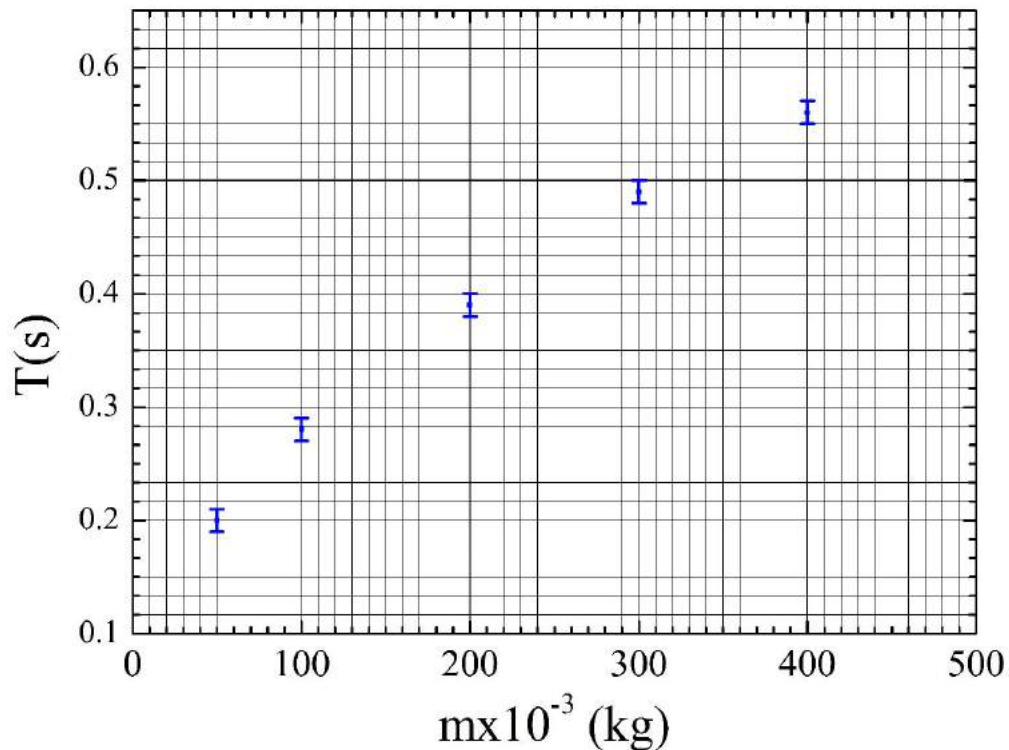


Figura C.3: Gráfico do período  $T = f(m)$  em escala linear.

Observamos na Fig.C.3 que tivemos a função  $T = f(m)$  representada por uma curva, portanto não podemos usar regressão linear.

Portanto, um recurso que podemos usar é colocar em escala logarítmica os dois eixos, obtendo um gráfico em escala logarítmica. Para isso, clicamos em cima dos eixos de escala do gráfico ( ou ir em **format** e clicar em **Axes**), em seguida vamos em **scale** e mudamos o tipo de escala (**type**) de **linear** para **log**. Observamos que a função  $T = f(m)$  em escala logarítmica, apresenta pontos lineares, logo podemos usar regressão linear para achar o valor que corta o eixo  $y$  e a tangente da reta, veja o gráfico mostrado na Fig.C.4.

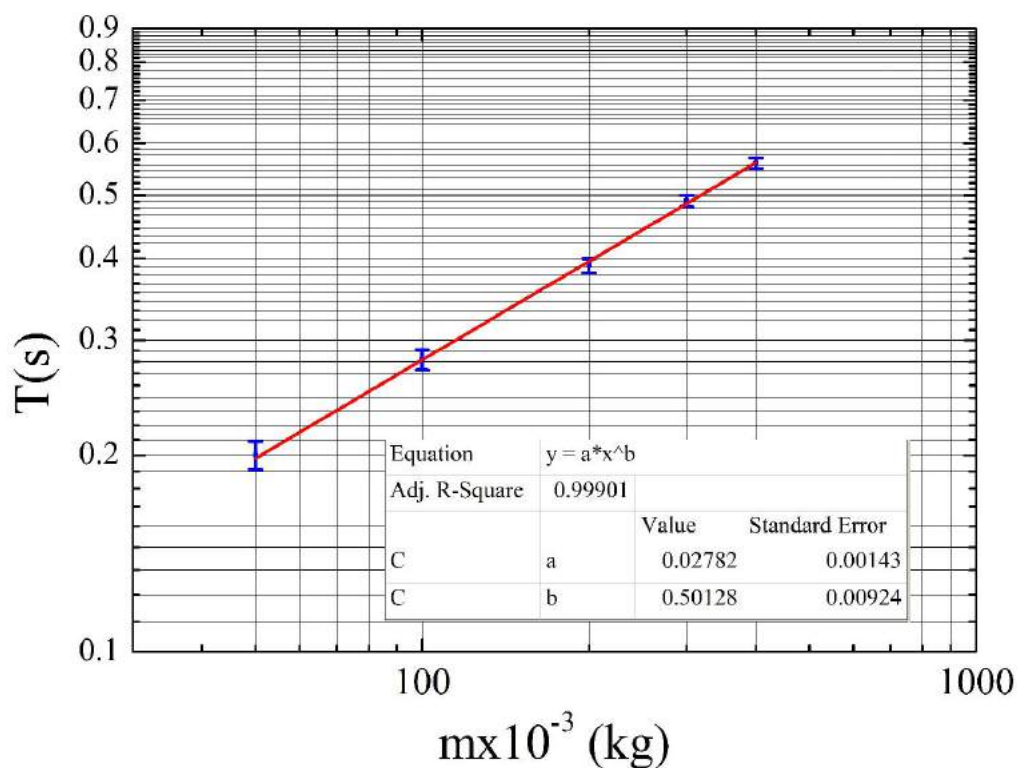


Figura C.4: Gráfico do período  $T = f(m)$  em escala logarítmica. Os valores de A e B são os valores que cortam o eixo  $y$  e a tangente da reta respectivamente, eles foram obtidos através da regressão linear.

Interpretação dos resultados:

Vejamos que temos a seguinte função:

$$T = am^B \quad (\text{C.1})$$

aplicando o logaritmo

$$\log T = \log(am^B)$$

aplicando as propriedades do logaritmo,

$$\log T = \log a + B \log m$$

chamando  $Y = \log T$ ,  $A = \log a$  e  $X = \log m$ , temos

$$Y = A + BX$$

portanto os valores dados pela regressão linear em escala logarítmica, que são A e B, estão relacionados com a Eq. (C.1), da seguinte forma.

$$a = 10^A$$

e o B é o expoente de nossa função, então:

$$T = 10^A m^B \quad (\text{C.2})$$

os resultados da regressão linear da nossa função, são  $A = -0,052$  e  $B = 0,499$ , logo temos

$$T = 10^{-0,052} m^{0,499} \quad (\text{C.3})$$

ou

$$T = 0,887m^{0,5} \quad (\text{C.4})$$

esse resultado nos indica que o período  $T$  está variando com a raiz quadrada da massa. Esse resultado experimental condiz com o que esperamos teoricamente, pois

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (\text{C.5})$$

ou

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}m^{0,5} \quad (\text{C.6})$$

comparando nosso resultado experimental, veja Eq.(C.4), com o resultado teórico, expresso na Eq.(C.6), podemos encontrar a constante elástica da mola  $k$ .

$$0,887 = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}$$

logo,

$$k = 50,2 \text{ N/m.}$$

## INFORMAÇÕES GERAIS

### D.1 INTRODUÇÃO

O conjunto dos experimentos dos laboratórios foram programados de maneira a acompanharem, aproximadamente, o conteúdo das aulas teóricas. No entanto, poderão ocorrer ocasiões em que você tenha que fazer alguns experimentos sem ainda ter visto a teoria, e outras em que você já teve a aula teórica. Nas duas situações haverá proveito, uma vez que teoria e laboratório se completam:

- O laboratório proporciona ao aluno a vivência de um dado fenômeno, tornando mais fácil a assimilação e compreensão da teoria.
- O conhecimento teórico do aluno pode permitir uma melhor compreensão do fenômeno em estudo no laboratório.

### D.2 OBJETIVOS

As práticas experimentais têm como principais objetivos:

- Constatações das leis físicas fundamentais.

- Aprendizado no que diz respeito ao manuseio de equipamentos simples, bem como de um conhecimento básico do funcionamento dos mesmos.
- Desenvolvimento de uma metodologia de trabalho experimental.
- Reforço de visualização e entendimento do conteúdo programático apresentado nas aulas teóricas, assim como incentivar importantes aspectos no processo de desenvolvimento intelectual do aluno, tais como criatividade, verbalização, síntese e sociabilidade.

### D.3 ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO DO CURSO

As atividades de laboratório constarão de aproximadamente 5 experimentos obrigatórios, a serem realizados ao longo do semestre letivo. As aulas terão duração de 2 horas semanais.

Para a realização dos trabalhos práticos, os alunos atuarão em equipes de três, que serão responsáveis pelo material fornecido.

### D.4 O RELATÓRIO

O relatório do experimento é obrigatório e deverá constar basicamente de 6 partes:

1. TÍTULO DO EXPERIMENTO;
2. INTRODUÇÃO - Nesta parte deverá haver uma apreciação sobre o assunto do experimento, demonstrando sua importância e a apresentação dos objetivos;
3. PARTE TEÓRICA - Um resumo da teoria na qual se fundamenta o experimento;
4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL - Uma informação concisa e objetiva de como foi realizado o experimento. Deverão ser descritos no material e o método utilizado. Essas informações são importantes, pois devem permitir a reprodutibilidade do experimento por outra pessoa;

5. RESULTADOS - Apresentação dos dados experimentais e o tratamento dos mesmos. Para uma otimização das medidas coletadas, procure tabulá-las, não esquecendo de indicar as correspondentes unidades de medidas. Nesta etapa do relatório, devem ser apresentados os cálculos, gráficos e tabelas;
6. CONCLUSÕES - Nesta parte é feita a apresentação dos resultados do experimento. Através da análise e discussão desses resultados, conclui-se se os objetivos foram alcançados, criticam-se as discrepâncias, indicando as prováveis fontes de erros e apresentam-se sugestões sobre o experimento. Ainda nesta parte é que são discutidas as questões propostas.