



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

# MANUAL DE LABORATÓRIO

## FÍSICA GERAL

### PARTE I: MECÂNICA

MANAUS - AM

2015

MANUAL DE LABORATÓRIO  
FÍSICA GERAL  
PARTE I: MECÂNICA

Autores:

Gláucia Maria Gleibe de Oliveira

Haroldo Almeida Guerreiro

Heyrton Bessa

Hidembergue Ordozgoith da Frota

Marcelo Brito da Silva

Marta Silva dos Santos Gusmão

Marcílio de Freitas

Simara Seixas de Moraes

Waltair Vieira Machado

Walter Esteves de Castro Júnior

4<sup>a</sup> EDIÇÃO - 2015

# Sumário

<b>1</b>	<b>MEDIDAS FÍSICAS</b>	<b>1</b>
1.1	OBJETIVOS . . . . .	1
1.2	TEORIA: Ver apêndice A . . . . .	1
1.3	PARTE EXPERIMENTAL . . . . .	1
1.3.1	EXPERIMENTO 1 . . . . .	1
1.3.2	EXPERIMENTO 2 . . . . .	2
<b>2</b>	<b>ANÁLISE GRÁFICA DE DADOS</b>	<b>3</b>
2.1	OBJETIVO . . . . .	3
2.2	TEORIA: Ver apêndice B. . . . .	3
2.3	PARTE EXPERIMENTAL . . . . .	3
2.3.1	EXPERIMENTO 1 . . . . .	3
2.3.2	EXPERIMENTO 2 . . . . .	4
<b>3</b>	<b>QUEDA LIVRE</b>	<b>6</b>
3.1	OBJETIVO . . . . .	6
3.2	TEORIA . . . . .	6
3.3	PARTE EXPERIMENTAL . . . . .	7
<b>4</b>	<b>LEIS DE NEWTON</b>	<b>9</b>
4.1	OBJETIVO . . . . .	9
4.2	TEORIA . . . . .	9
4.3	PARTE EXPERIMENTAL . . . . .	10
4.3.1	EXPERIMENTO 1 . . . . .	11
4.3.2	EXPERIMENTO 2 . . . . .	13
4.3.3	EXPERIMENTO 3 . . . . .	14
<b>5</b>	<b>CONSERVAÇÃO DE ENERGIA</b>	<b>16</b>
5.1	OBJETIVO . . . . .	16
5.2	TEORIA . . . . .	16
5.3	PARTE EXPERIMENTAL . . . . .	17
<b>6</b>	<b>CONSERVAÇÃO DE MOMENTO LINEAR</b>	<b>20</b>
6.1	OBJETIVO . . . . .	20
6.2	TEORIA . . . . .	20

6.3	PARTE EXPERIMENTAL . . . . .	21
6.3.1	EXPERIMENTO 1 . . . . .	21
6.3.2	EXPERIMENTO 2 . . . . .	23
<b>7</b>	<b>TORQUE E MOMENTO ANGULAR</b>	<b>25</b>
7.1	OBJETIVO . . . . .	25
7.2	TEORIA . . . . .	25
7.3	PARTE EXPERIMENTAL . . . . .	26
7.3.1	EXPERIMENTO 1 . . . . .	26
7.3.2	EXPERIMENTO 2 . . . . .	27
7.3.3	EXPERIMENTO 3 . . . . .	28
<b>8</b>	<b>MEDIDA DO MÓDULO DE YOUNG</b>	<b>30</b>
8.1	OBJETIVO . . . . .	30
8.2	TEORIA . . . . .	30
8.3	PARTE EXPERIMENTAL . . . . .	32
8.3.1	MATERIAL NECESSÁRIO . . . . .	32
8.3.2	EXPERIMENTO . . . . .	32
<b>A</b>	<b>ERROS, DESVIOS E INCERTEZAS</b>	<b>34</b>
A.1	INTRODUÇÃO . . . . .	34
A.2	ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS . . . . .	34
A.3	ERROS E DESVIOS . . . . .	36
A.4	INCERTEZAS . . . . .	37
A.4.1	INCERTEZA ABSOLUTA . . . . .	37
A.4.2	INCERTEZA RELATIVA . . . . .	38
A.5	PROPAGAÇÃO DAS INCERTEZAS . . . . .	38
A.5.1	ERROS ACIDENTAIS . . . . .	42
<b>B</b>	<b>CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS I</b>	<b>44</b>
B.1	OBJETIVO . . . . .	44
B.2	INTRODUÇÃO . . . . .	44
B.3	CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS . . . . .	44
<b>C</b>	<b>CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS II</b>	<b>51</b>
C.1	OBJETIVO . . . . .	51
C.2	INTRODUÇÃO . . . . .	51
<b>D</b>	<b>INFORMAÇÕES GERAIS</b>	<b>57</b>
D.1	INTRODUÇÃO . . . . .	57
D.2	OBJETIVOS . . . . .	57
D.3	ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO DO CURSO . . . . .	57
D.4	O RELATÓRIO . . . . .	58

# UNIDADE 1

## MEDIDAS FÍSICAS

### 1.1 OBJETIVOS

Aprender a medir grandezas corretamente, usando instrumentos de medidas e a formulação matemática adequada para os erros cometidos.

### 1.2 TEORIA: Ver apêndice A

### 1.3 PARTE EXPERIMENTAL

#### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 esfera de aço  $d=32\text{mm}$
- 1 régua milimetrada
- 1 paquímetro
- 1 micrômetro
- 1 balança

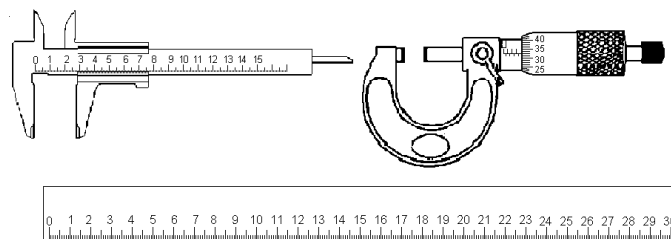


Figura 1.1: Régua, paquímetro e micrômetro.

#### 1.3.1 EXPERIMENTO 1

##### OBJETIVO

Medir o volume de uma esfera.

## PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Usando a régua milimetrada, meça o diâmetro  $D$  da esfera.
2. Repita o procedimento anterior, utilizando o paquímetro.
3. Repita mais uma vez a medida, utilizando agora o micrômetro. Se este for com precisão de milésimos de milímetro deve-se ler esta parte no "vernier" do instrumento, tal como se leu no paquímetro.

## TRATAMENTO DE DADOS

1. Calcule o raio ( $r \pm \Delta r$ ) e o volume ( $V \pm \Delta V$ ) da esfera para cada uma das medidas.  
Dado:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .
2. Disponha seus resultados numa tabela, conforme o modelo abaixo:

Instrumento	$(D \pm \Delta D)$	$(r \pm \Delta r)$	$(V \pm \Delta V)$
régua			
paquímetro			
micrômetro			

## QUESTÃO

Com quantos algarismos significativos estão expressos os valores do volume da esfera, para cada instrumento?

### 1.3.2 EXPERIMENTO 2

#### OBJETIVO

Determinar a densidade do aço.

#### TRATAMENTO DE DADOS

1. Meça a massa da esfera com sua incerteza.
2. Com os dados calculados no experimento anterior, calcule o valor da densidade ( $\rho = \frac{m}{V}$ ) correspondente a cada um dos volumes determinados.

## QUESTÃO

Compare o valor da densidade obtido com o valor tabelado e faça comentários<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Procure o valor adotado da densidade do aço, nos livros texto de física.

# UNIDADE 2

## ANÁLISE GRÁFICA DE DADOS

### 2.1 OBJETIVO

Determinar leis e grandezas físicas a partir da análise de gráficos de dados experimentais.

### 2.2 TEORIA: Ver apêndice B.

### 2.3 PARTE EXPERIMENTAL

#### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 mola de 9 mm de diâmetro
- 1 porta-peso de 10 g
- 5 massas de 50 g
- 1 suporte
- 1 cilindro com furo
- 1 barbante
- 1 régua milimetrada

#### 2.3.1 EXPERIMENTO 1

##### OBJETIVO

Determinar a constante elástica a partir da análise de gráficos de dados experimentais.

##### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Prenda uma mola no suporte, com o porta peso.
2. Escolha um ponto de referência (a base do porta-peso, por exemplo) e anote sua posição na régua vertical.
3. Coloque no porta-peso, uma a uma, 5 massas de 50 g (Ao terminar as medidas não esqueça de remover as massas para a mola não repousar tensionada), anotando cada uma das novas posições.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Este procedimento pode ser feito com outros tipos de mola, por exemplo a de diâmetro igual a 31, no entanto as massas devem ser colocada de 10 em 10g.

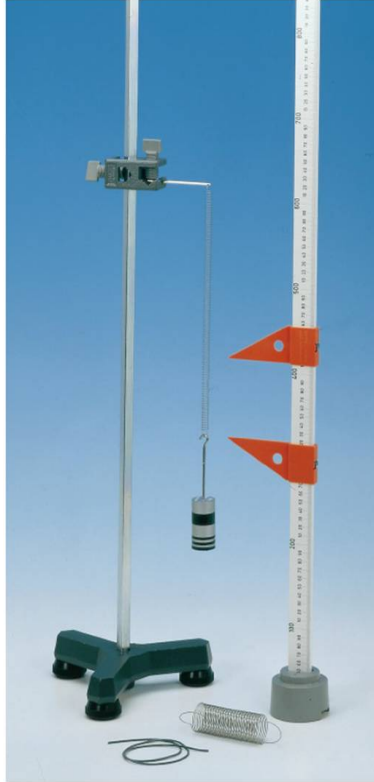


Figura 2.1: Sistema massa mola.

## TRATAMENTO DE DADOS

1. Construa uma tabela contendo os valores da força ( $F \pm \Delta F$ ) responsável pela elongação da mola e sua respectiva distensão ( $y \pm \Delta y$ ). Considere  $g = (9,8 \pm 0,2) \text{ m/s}^2$ ,  $\Delta m = 1 \text{ g}$  e  $\Delta y = 2 \text{ mm}$ . Use o Sistema Internacional de Unidades.
2. Trace um gráfico, em papel milimetrado, de  $F = f(y)$  e determine a inclinação da reta encontrada.

Obs: Leia atentamente como se constroi gráficos, usando papel milimetrado no apêndice B.

## QUESTÕES

1. Se você denominar  $k$  a inclinação da reta, que equação exprime a função  $F = f(y)$ ?
2. Que enunciado você poderia dar à lei expressa por essa função ?

## 2.3.2 EXPERIMENTO 2

### OBJETIVO

Determinar a aceleração da gravidade  $g$ , através do pêndulo simples.



## PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Utilizando o cilindro com furo, construa um pêndulo de comprimento  $\ell = 400$  mm. Fazendo-o oscilar com pequena amplitude, cronometre o tempo  $t$  de 10 oscilações.

Importante: Embora o pêndulo simples seja ideal, esta montagem funciona com uma razoável aproximação.

1. Repita o procedimento, aumentando  $\ell$  de 100 mm de cada vez, até 1000 mm.

## TRATAMENTO DE DADOS

1. Calcule o período  $T$  do pêndulo para cada valor de  $\ell$ . Lembre-se que o período é o tempo de uma oscilação completa.
2. Tabele seus resultados (comprimento e período), usando o Sistema Internacional de Unidades.
3. Construa um gráfico, em papel milimetrado, de  $T = f(\ell)$ , gráfico 1.
4. Construa um gráfico, em papel milimetrado, de  $T^2 = f(\ell)$ , gráfico 2. Determine a inclinação da reta obtida.
5. Como o período simples é dado por  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$  (logo o valor da inclinação da reta encontrada corresponde a  $\frac{4\pi^2}{g}$ ), determine o valor da aceleração da gravidade  $g$ .

## QUESTÕES

1. Que tipo de curva você obteve no gráfico 1.
2. Por que o valor de  $g$  não foi obtido logo a partir do gráfico 1?

# UNIDADE 3

## QUEDA LIVRE

### 3.1 OBJETIVO

Uma esfera cai livremente de distâncias pré-determinadas. Seu tempo de queda é medido e tabelado. A partir destes resultados, tem-se como objetivo determinar a aceleração da gravidade.

### 3.2 TEORIA

Se um corpo de massa  $m$  é acelerado a partir de seu estado de repouso num campo gravitacional constante (força gravitacional =  $m\vec{g}$ ), este executa movimento retilíneo uniformemente acelerado.

Através da utilização do sistema de coordenadas, tal que, o eixo  $y$  indique a direção do movimento (altura), e resolvendo sua equação unidimensional,

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = mg,$$

com as seguintes condições iniciais,  $y(0) = 0$ ,

$$v_y = \frac{dy(0)}{dt} = 0,$$

obtemos a relação entre altura e tempo dada pela equação abaixo,

$$y(t) = \frac{1}{2}gt^2. \tag{3.1}$$

### 3.3 PARTE EXPERIMENTAL

#### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 esfera de  $D \approx 19\text{mm}$
- 1 cronômetro digital
- 1 suporte de base
- 2 grampos duplos
- 1 haste de suporte
- 1 régua milimetrada
- 1 fixador de esfera
- 2 cordões de conexão de 750 mm
- 2 cordas de conexão de 1500 mm
- 1 prato interruptor

A montagem é mostrada na Fig.3.1. O prato interruptor é usado para interromper a contagem do cronômetro que mede o tempo de queda da esfera em poucos décimos de um milímetro. O prato deve ser levantado manualmente depois de cada medida.



Figura 3.1: Montagem para queda livre.

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Use a montagem mostrada na Fig.3.1.
2. Coloque a esfera no prato em sua posição levantada, e fixe a posição inicial do primeiro cursor da régua no centro da esfera.
3. Coloque o fixador de esfera em uma outra posição (por exemplo 100 mm a partir da posição inicial). Anote esta posição.

4. Prenda a esfera no fixador, tomando o cuidado de fixá-la centralmente (gire a esfera com a mão). Libere a esfera e anote o tempo de queda. Faça esta medida três vezes e tire a média<sup>1</sup>.
5. Repita o item 3 para as seguintes alturas: 150, 200, 250, 300, 350 e 400 mm.

## TRATAMENTO DE DADOS

1. Construa uma tabela com os seus resultados (tempo e altura) no Sistema Internacional.
2. Através de um programa gráfico, construa  $y = f(t)$ .
3. Construa em escala logarítmica:  $y = f(t)$ .
4. Use a regressão linear e obtenha a função espaço  $\times$  tempo.<sup>2</sup>
5. Verifique se a função obtida coincide com a função esperada teoricamente, veja a Eq.(3.1), e a partir desta obtenha um valor para  $g$ .

## QUESTÕES

1. Compare o valor da aceleração da gravidade obtido nesta experiência com o valor adotado,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Calcule a margem de erro usando porcentagem.
2. Em que circunstância o valor da aceleração da gravidade é constante?
3. A aceleração da gravidade varia com a altitude e longitude? Justifique sua resposta.

---

<sup>1</sup>Para obter esse intervalo, use o “TIMER” da função, com o 2º comando do TRIGGER no cronômetro digital, caso seja o cronômetro digital menor use a chave seletora S na 6ª posição, ele mostrará tempo com décimo de milésimo de segundo.

<sup>2</sup>A regressão linear é somente um artifício para obter a tangente da reta e o valor que a mesma corta o eixo  $y$ . Veja o Apêndice C.

# UNIDADE 4

## LEIS DE NEWTON

### 4.1 OBJETIVO

Usando o trilho de ar, comprovar experimentalmente as Leis de Newton para um movimento unidimensional uniformemente acelerado.

### 4.2 TEORIA

A equação de movimento de Newton para um ponto material de massa  $m$ , na qual é aplicada uma força  $\vec{F}$ , é dada por

$$\vec{F} = m\vec{a},$$

onde

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{s}}{dt^2}$$

é a aceleração,  $\vec{s}$  o vetor posição e  $t$  o tempo.

O vetor velocidade  $\vec{v}$  e o vetor posição  $\vec{s}$ , obtidos pela aplicação de uma força constante, são dados como função do tempo  $t$  pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= \frac{\vec{F}}{m}t, \\ \vec{s}(t) &= \frac{1}{2}\frac{\vec{F}}{m}t^2,\end{aligned}$$

satisfazendo as condições iniciais  $\vec{v}(0) = \vec{s}(0) = \vec{0}$ .

Para o caso unidimensional particular representado na Fig.4.1, cuja a força é produzida pelo peso de  $m_1$ , isto é,

$$|\vec{F}| = P_1 = m_1 |\vec{g}| = m_1 g,$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade. Se a massa total do bloco 2 é  $m_2$ , a equação de movimento é dado por:

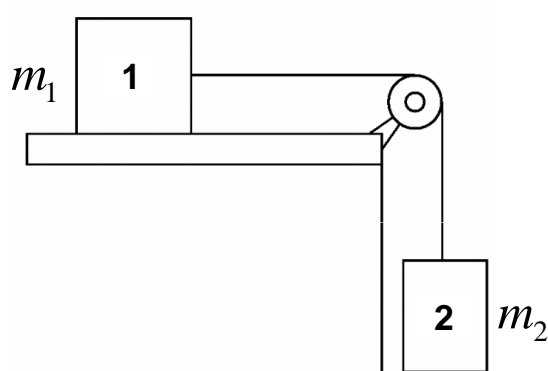


Figura 4.1: Mostra o sistema análogo ao estudado nesta experiência.

$$a(t) = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} = \frac{F}{m_1 + m_2}. \quad (4.1)$$

A velocidade e a posição são dadas por

$$|\vec{v}| = v(t) = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} t, \quad (4.2)$$

$$|\vec{s}| = \frac{1}{2} \frac{m_1 g}{m_1 + m_2} t^2. \quad (4.3)$$

Em nosso experimento a seguir,  $m_2$  é a massa do conjunto porta-peso mais massas adicionais, e  $m_1$  é a massa do conjunto planador, anteparo mais massas adicionais. A massa do conjunto planador + anteparo vale aproximadamente 200 g, mas voce deve pesá-lo.

## 4.3 PARTE EXPERIMENTAL

### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 trilho de ar
- 1 cronômetro digital
- 1 compressor de ar
- 1 polia de precisão
- 2 barreiras de luz
- 1 porta-peso de 1g
- 1 fio de seda de 2000 mm
- 20 massas de 1 g
- 10 massas de 10 g
- 2 massas de 50 g
- 1 planador
- 1 anteparo de 10 mm
- 1 anteparo de 100 mm
- 6 cordas de conexão

A montagem do experimento é como mostra na Fig.4.2. Antes de começar a medir é viável verificar o nivelamento do trilho. O compressor de ar deve estar ligado em seu 5° volume.

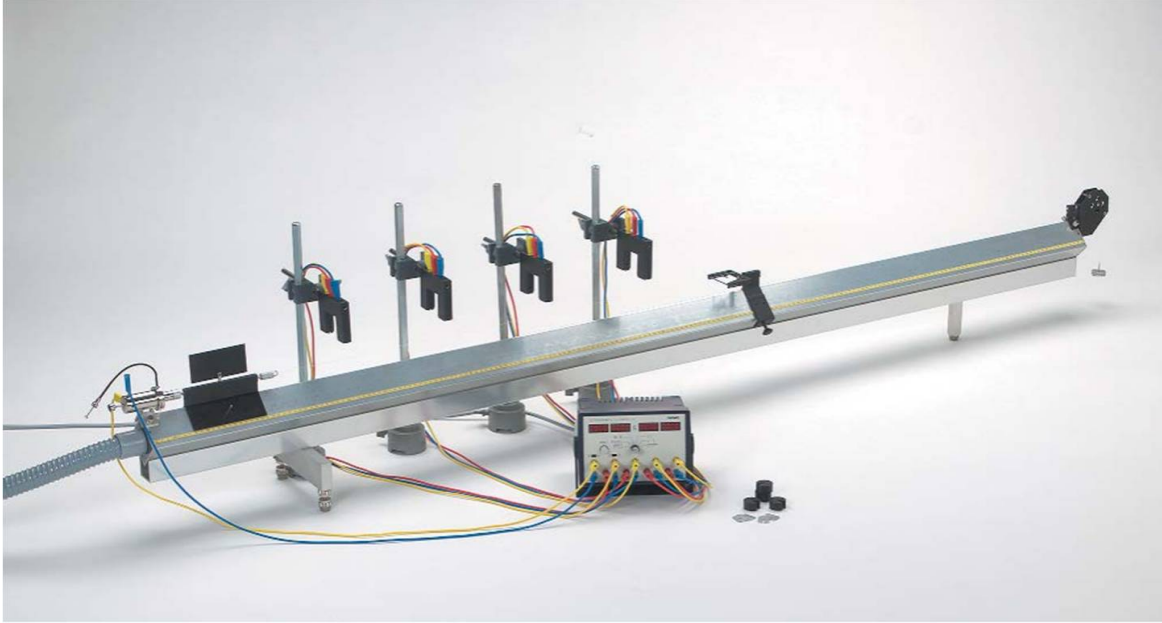


Figura 4.2: Montagem do experimento para determinação matemática das relações para o movimento uniformemente acelerado num trilho de ar. (Foi modificado para uso de apenas duas barreiras de luz e o cronômetro digital maior)

### 4.3.1 EXPERIMENTO 1

#### OBJETIVO

Determinar as funções: espaço  $\times$  tempo e velocidade  $\times$  tempo. Obter a aceleração da gravidade.

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Coloque uma massa de 10 g no porta-peso que tem massa de uma grama, caso este seja o de 10g coloque apenas 1g.
2. Coloque um anteparo de 10 mm de comprimento no planador.
3. Fixe um ponto inicial de referência no trilho e aí coloque a borda frontal do planador, ou seja,  $s_0 = 0$  m,  $v_0 = 0$  m/s e  $t_0 = 0$  s e depois ajuste a posição do primeiro sensor de luz para ser acionado ao ser coberto pelo anteparo de 10mm do planador quando este iniciar seu movimento. (anteparo tangenciando a abertura do sensor)
4. Fixe outro ponto (por exemplo 200 mm) também usando o planador e ajuste o outro sensor para ser interrompido pelo anteparo e assim poder parar a contagem do tempo, anote esta distância, segure o planador na posição inicial, ligue o compressor com  $3/4$  de velocidade, libere o planador para teste e então obtenha o tempo (Tempo Gasto) que

Tabela 4.1: Experimento 1 (  $S-T_{medio}$  e  $V-T_{medio}$  )

Tempo Gasto (s)	S=200mm	S=300mm	S=400mm	S=500mm	S=600mm
$T_1$					
$T_2$					
$T_3$					
$T_{medio}$					
S anteparo (mm)	10 mm	10 mm	10 mm	10 mm	10 mm
$t_1$					
$t_2$					
$t_3$					
$t_{medio}$					
$v_{final-inst.}(mm/s)$					
$v_{final-inst.}(m/s)$					

este percorre a distância estipulada.<sup>1</sup>. Repita esta medida 2 vezes e tire uma média.

- Em seguida para o cálculo da velocidade final-instantânea<sup>2</sup>, obtenha o tempo de passagem somente do anteparo neste ponto ou seja, na posição final de cada espaço percorrido. Repita esta medida 2 vezes e tire uma média.
- Repita este procedimento para as distâncias de: 300, 400, 500 e 600 mm.

## TRATAMENTO DE DADOS

- Calcule a velocidade final- instantânea em cada ponto (com exceção do ponto inicial).
- Tabele seus resultados (tempo, espaço e velocidade), usando o Sistema Internacional. Coloque-os na tabela 4.1
- Através de um programa gráfico,(excel por exemplo) construa em escala logarítmica:  $s = f(t)$  e  $v = f(t)$ .
- Caso esteja usando o aplicativo Excel, selecione os pontos do gráfico e pelo botão direito do "mouse" escolha "adicionar linha de tendência", escolha a de potência por exemplo e também selecione mostrar equação e obtenha as funções espaço  $\times$  tempo e velocidade  $\times$  tempo.

<sup>1</sup>Para obter esse intervalo, use o "TIMER" da função, com o 4º comando do TRIGGER no cronômetro digital

<sup>2</sup>Para determinar a velocidade final- instantânea, é necessário conhecer o período da escuridão do anteparo na barreira de luz,  $\Delta t$ . Se  $\Delta S$  é o comprimento do anteparo então:  $v(t) \cong \frac{\Delta S}{\Delta t}$ . A aceleração durante o tempo  $\Delta t$  é negligenciável, se anteparo é muito pequeno (10mm). Para obter esse intervalo, use o "TIMER" da função, com o 5º comando do TRIGGER no cronômetro digital, mas é necessário colocar os cabos deste último sensor no cronômetro no lugar dos cabos do primeiro sensor, na verdade basta tirar o cabo do "STOP" no cronômetro e inverter com o do "START/STOP", depois destas medidas retorne ao original.



5. Verifique se as funções obtidas coincidem com as funções esperadas teoricamente.
6. Compare sua função obtida para o espaço  $\times$  tempo com a equação teórica, Eq.(4.3), e a partir desta obtenha um valor para  $g$ .
7. Compare o valor da aceleração da gravidade obtido nesta experiência com o valor adotado,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

## 4.3.2 EXPERIMENTO 2

### OBJETIVO

Determinar a aceleração em função da massa do planador.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Meça a massa do planador com o anteparo de 10mm e anote na tabela 4.1 e então coloque uma massa de 10 g no porta-peso, caso este seja de 1g.
2. Coloque o anteparo de 10 mm de comprimento no planador.
3. Fixe um ponto inicial como no experimento 1, ou seja,  $s_0 = 0 \text{ m}$ ,  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  e  $t_0 = 0 \text{ s}$ .
4. Fixe o outro ponto em 400mm e obtenha o tempo que o planador percorre essa distância<sup>1</sup>. Repita esta medida 3 vezes, coloque na tabela 4.1 e tire uma média.
5. Em seguida para o cálculo da velocidade instantânea, obtenha o tempo de passagem do anteparo neste ponto<sup>2</sup>. Repita esta medida 3 vezes e tire uma média. Anote a massa  $m_2$  (massa de tração da parte teórica do roteiro)
6. Repita este procedimento cinco vezes, variando a massa do planador nos seus pinos laterais, para isto aumente sucessivamente 20 g (10 g em cada lado) no planador e também coloque esta massa total na tabela.

### TRATAMENTO DE DADOS

1. Para cada massa adicionada no planador, calcule a velocidade instantânea do planador do ponto fixado no trilho de ar. Com essas velocidades e com intervalo entre os dois pontos fixos, calcule as respectivas acelerações do planador.
2. Tabele seus resultados ( $m_1$  e aceleração), usando o Sistema Internacional.
3. Através de um programa gráfico, construa em escala logarítmica:  $a = f(m_1)$ .
4. Use a regressão linear e obtenha a função aceleração-massa do planador.
5. Verifique se a função obtida coincide com as função esperada teoricamente, Eq.(4.1).

Tabela 4.2: Experimento 2 (  $a$ - $m_{planador}$  S=400mm)

Massa do Planador	$m_{plan.} = \dots$	$m_{plan.} + 20g$	$m_{plan.} + 40g$	$m_{plan.} + 60g$	$m_{plan.} + 80g$
$T_1$					
$T_2$					
$T_3$					
$T_{medio}$					
S anteparo (mm)	10 mm	10 mm	10 mm	10 mm	10 mm
$t_1$					
$t_2$					
$t_3$					
$t_{medio}$					
$v_{final-inst.}$ (mm/s)					
$v_{final-inst.}$ (m/s)					
$a = v_{final}/T_{medio}$ (m/s <sup>2</sup> )					

### 4.3.3 EXPERIMENTO 3

#### OBJETIVO

Determinar força como função da aceleração.

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Coloque 20 peças de 1 g (10 em cada lado) no planador.
2. Adicione 4 peças de 1 g no porta-peso. Há dois tipos de porta-peso, o de 1g e o de 10g, especifique no relatório qual deles voce está usando.
3. Coloque o anteparo de 10 mm no planador.
4. Fixe um ponto inicial, como no experimento 2, ou seja,  $s_0 = 0$  m ,  $v_0 = 0$  m/s e  $t_0 = 0$  s.
5. Fixe outro ponto, em 400mm novamente e obtenha o tempo que o planador percorre essa distância. Repita esta medida 2 vezes e tire uma média.<sup>1</sup>
6. Em seguida para o cálculo da velocidade instantânea, obtenha o tempo de passagem do anteparo neste ponto. Repita esta medida 2 vezes e tire uma média. Anote a massa  $m_2$ .<sup>2</sup>
7. Repita este procedimento cinco vezes, variando a massa do planador e do porta-peso. Para isso retire 2 gramas do planador (1 de cada lado) e coloque no porta-peso. Isso garante que a soma das massas que aparece na equação 4.1 seja constante e a aceleração do conjunto dependada unicamente da força-peso.

Tabela 4.3: Experimento 3 (  $f$ - $a$  S=400mm)

Massa do Porta-Peso	$m_{pp}=\dots$	$m_{pp}+2g$	$m_{pp}+4g$	$m_{pp}+6g$	$m_{pp}+8g$
$T_1$					
$T_2$					
$T_3$					
$T_{medio}$					
S anteparo (mm)	10 mm	10 mm	10 mm	10 mm	10 mm
$t_1$					
$t_2$					
$t_3$					
$t_{medio}$					
$v_{final-inst.}$ (mm/s)					
$v_{final-inst.}$ (m/s)					
$a=v_{final}/T_{medio}$ (m/s <sup>2</sup> )					
Força-Peso mg					

## TRATAMENTO DE DADOS

1. Para cada massa adicionada no porta peso, calcule a velocidade instantânea do planador do ponto fixado no trilho de ar. Com essas velocidades e com intervalo entre os dois pontos fixos, calcule as respectivas acelerações do planador.
2. Para cada aceleração calcule a força peso devido a  $m_2$ . Adote  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$
3. Tabele seus resultados (aceleração e força), usando o Sistema Internacional.
4. Através de um programa gráfico, construa em escala logarítmica:  $F = f(a)$ .
5. Use a regressão linear para achar a função força  $\times$  aceleração.
6. Verifique se a função obtida coincide com a função esperada teoricamente, Eq.(4.1).

# UNIDADE 5

## CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

### 5.1 OBJETIVO

Usando o disco de Maxwell, determinar das funções espaço-tempo e velocidade-tempo, e através destas obter o momento de inércia ao redor de seu eixo de rotação. Verificar a conservação de energia mecânica do sistema.

### 5.2 TEORIA

A energia total  $E$  do disco de Maxwell, de massa  $m$  e o momento de inércia  $I_z$  ao redor do seu eixo de rotação, é composto de energia potencial gravitacional  $E_P$ , energia de translação  $E_T$  e energia de rotação  $E_R$  :

$$E = m\vec{g}\cdot\vec{s} + \frac{m}{2}\vec{v}^2 + \frac{I_z}{2}\vec{\omega}^2$$

Aqui,  $\vec{\omega}$  indica a velocidade angular,  $\vec{v}$  a velocidade translacional,  $\vec{g}$  a aceleração da gravidade e  $\vec{s}$  a altura.

Conforme a Fig.5.1, temos a relação

$$d\vec{s} = d\vec{\phi} \times \vec{r}$$

e

$$\vec{v} \equiv \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{\phi}}{dt} \times \vec{r} \equiv \vec{\omega} \times \vec{r}$$

onde  $r$  é o raio do eixo. Relação entre o aumento no ângulo  $d\phi$  e o decréscimo na altura  $d\vec{s}$  no disco de Maxwell.

Neste caso,  $\vec{g}$  é paralelo a  $\vec{s}$  e  $\vec{\omega}$  é perpendicular a  $\vec{r}$ , ou seja,  $m\vec{g}\cdot\vec{s} = -mgs$  e  $v = \omega r$ , então obtemos

$$E = -mgs(t) + \frac{1}{2} \left( m + \frac{I_z}{r^2} \right) v(t)^2 . \quad (5.1)$$

Uma vez que a energia total  $E$  é constante no tempo, a derivação da Eq.(5.1) nos leva a

$$0 = -mgv(t) + \left( m + I_z / r^2 \right) v(t) a(t) ,$$

onde as condições iniciais são  $s(0) = v(0) = 0$ .

A velocidade e a posição são dadas por

$$s(t) = \frac{1}{2} \frac{mg}{m + \frac{I_z}{r^2}} t^2, \quad (5.2)$$

$$v(t) \equiv \frac{ds}{dt} = \frac{mg}{m + \frac{I_z}{r^2}} t. \quad (5.3)$$

Nesta experiência a massa do disco de Maxwell é  $m \simeq 0.436$  kg e o raio  $r$  do eixo é  $r \simeq 2.5$  mm. Adote como nível de referência para a energia potencial gravitacional, o centro do disco quando este se encontra travado no dispositivo de liberação.

## 5.3 PARTE EXPERIMENTAL

### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 disco de Maxwell
- 1 barreira de luz com cronômetro digital
- 1 régua milimetrada da 1000mm com 2 cursores
- 1 dispositivo de liberação
- 2 haste quadrada
- 2 grampo duplo
- 1 suporte de base
- 4 corda de conexão

A montagem experimental é como mostra na Fig.5.1.

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Usando o disco de Maxwell desenrolado ou seja, na posição mais baixa, fixe a posição final do movimento de descida posicionando o sensor um pouco acima de um dos cilindros vermelhos do eixo do disco.
2. Fixe o outro ponto, i.e. o início da descida (por exemplo 200 mm) com o pino do disparador do cronômetro, ele deverá se prender ao furo lateral do disco de Maxwell agora enrolado nos fios o suficiente. Anote esta distância e obtenha o tempo que o disco percorre a mesma. Repita esta medida 3 vezes e tire uma média.<sup>1</sup>
3. Em seguida para o cálculo da velocidade instantânea, obtenha o tempo de passagem do cilindro vermelho do disco no ponto final<sup>2</sup>. Repita esta medida 3 vezes e tire uma média.

---

<sup>1</sup>Destrua o dispositivo de liberação e marque o tempo usando a chave seletora do cronômetro digital na posição S1. O dispositivo de liberação deve ser travado logo após a liberação do disco, de maneira que o cronômetro seja capaz de finalizar sua contagem

<sup>2</sup>Para determinar a velocidade instantânea, é necessário conhecer o período da escuridão,  $\Delta t$ , do cilindro vermelho na barreira de luz, para isso, mude o seletor do cronômetro digital na 2ª posição. Se o ponto inicial está no centro do disco, então o espaço  $\Delta S$ , que fica na escuridão, é  $2r_v$ , onde  $r_v = 10,35$ mm, então:  
 $v \cong \frac{2r_v}{\Delta t}$ .



Figura 5.1: Montagem experimental para a investigação de conservação de energia, usando o disco de Maxwell.

4. Repita este procedimento para as alturas de: 300, 400, 500 e 600 mm.

## TRATAMENTO DE DADOS

1. Calcule a velocidade instantânea do cilindro vermelho.
2. Construa uma tabela com seus resultados (tempo, altura e velocidade instantânea) usando o Sistema Internacional, tabela 5.1.
3. Através de um programa gráfico, construa em escala logarítmica:  $s = f(t)$  e  $v = f(t)$ .
4. Use a regressão linear e obtenha as funções espaço  $\times$  tempo e velocidade  $\times$  tempo.
5. Verifique se as funções obtidas coincidem com as funções esperadas teoricamente.
6. Através da função obtida espaço  $\times$  tempo, compare com a equação teórica (5.2) e obtenha o momento de inércia do disco ao redor de seu eixo de rotação. Adote  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .
7. Construa uma tabela com:  $t$ ,  $|E_P|$ ,  $E_T$  e  $E_R$ , tabela 2.
8. Construa os gráficos, em escala logarítmica:  $|E_P| = f(t)$ ,  $E_T = f(t)$  e  $E_R = f(t)$ .

Tabela 5.1: Experimento 1 (  $S-T_{medio}$  e  $V-T_{medio}$  )

Tempo Gasto (s)	S=200mm	S=300mm	S=400mm	S=500mm	S=600mm
$T_1$					
$T_2$					
$T_3$					
$T_{medio}$					
$\Delta S$ (cilindro)	$2r_v$ mm	$2r_v$ mm	$2r_v$ mm	$2r_v$ mm	$2r_v$ mm
$t_1$					
$t_2$					
$t_3$					
$t_{medio}$					
$v_{final-inst.}$ (mm/s)					
$v_{final-inst.}$ (m/s)					

## QUESTÕES

1. Analise esses gráficos e verifique como está ocorrendo a transferência de energia neste sistema.<sup>3</sup>
2. A energia potencial se transforma mais em energia cinética de rotação ou rotação.
3. Um corpo em rotação tem o momento de inércia, o que você entendeu, do que é esta grandeza?

---

<sup>3</sup>Lembre que energia potencial está se transformando em energia cinética. A energia cinética está dividida em duas partes (translacional e rotacional). Com seus dados experimentais, verifique se isto está acontecendo.

# UNIDADE 6

## CONSERVAÇÃO DE MOMENTO LINEAR

### 6.1 OBJETIVO

Usando o trilho de ar, verificar se há conservação de energia cinética e de momento em colisões elástica e inelástica.

### 6.2 TEORIA

Define-se o momento linear  $\vec{p}$  de uma partícula de massa  $m$  e velocidade  $\vec{v}$ , pela expressão:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

O momento linear total de um sistema isolado de partículas permanece constante no decorrer de qualquer interação entre elas, desde que as velocidades sejam medidas em um referencial inercial e que o movimento ocorra na ausência de forças externas.

A forma clássica de exprimir a 2ª Lei de Newton é:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

ou

$$\vec{F} = \vec{v} \frac{dm}{dt} + m \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

O termo  $\vec{v} \frac{dm}{dt}$  representa a força criada pela perda ou ganho de massa do sistema<sup>1</sup>.

Uma das aplicações da Lei da Conservação de Momento Linear é a utilização na análise de colisões. As colisões variam desde a totalmente elástica (ideal), na qual a energia cinética se conserva, até a totalmente inelástica, que se dá com a dissipação de energia. O choque

---

<sup>1</sup>Como em no presente experimento não há variação de massa, esse termo é nulo.



entre duas bolas de bilhar se aproxima do primeiro tipo, enquanto o segundo tipo pode ter como exemplo o caso de dois corpos que permanecem juntos após o choque.

Ao contrário do que acontece com a energia cinética, durante o choque observa-se a conservação do momento linear, em qualquer situação.

Seja por exemplo o caso de uma colisão elástica entre dois corpos “1” e “2”:

$$\begin{array}{ccc} \text{antes da colisão} & & \text{depois da colisão} \\ \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 & = & \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \end{array} \quad (6.1)$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 \quad (6.2)$$

No caso de uma colisão inelástica:

$$\begin{array}{ccc} \text{antes da colisão} & & \text{depois da colisão} \\ \\ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 & = & \vec{p}_{12} \end{array} \quad (6.3)$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v} \quad (6.4)$$

onde  $v$  é a velocidade dos dois corpos após a colisão.

## 6.3 PARTE EXPERIMENTAL

### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 trilho de ar
- 1 cronômetro digital
- 1 compressor de ar
- 2 barreiras de luz
- 2 planador
- 1 Dispositivo de liberação
- 2 anteparo de 100 mm
- 1 anteparo de 10 mm
- 1 anteparo com agulha ( para lateral)
- 1 anteparo com massa (para lateral)
- 1 anteparo com liga elástica (para lateral)
- 2 suporte com haste quadrada
- 10 massas de 10 g
- 6 massas de 50 g
- 6 cordas de conexão

A montagem experimental é mostrada na Fig.6.1, antes de começar a medir é viável verificar o nivelamento do trilho. O cronômetro digital em conexão com as barreiras de luz, mede a passagem do tempo dos anteparos antes e depois da colisão.

### 6.3.1 EXPERIMENTO 1

Verificar se há conservação de energia cinética e de momento numa **colisão elástica**.

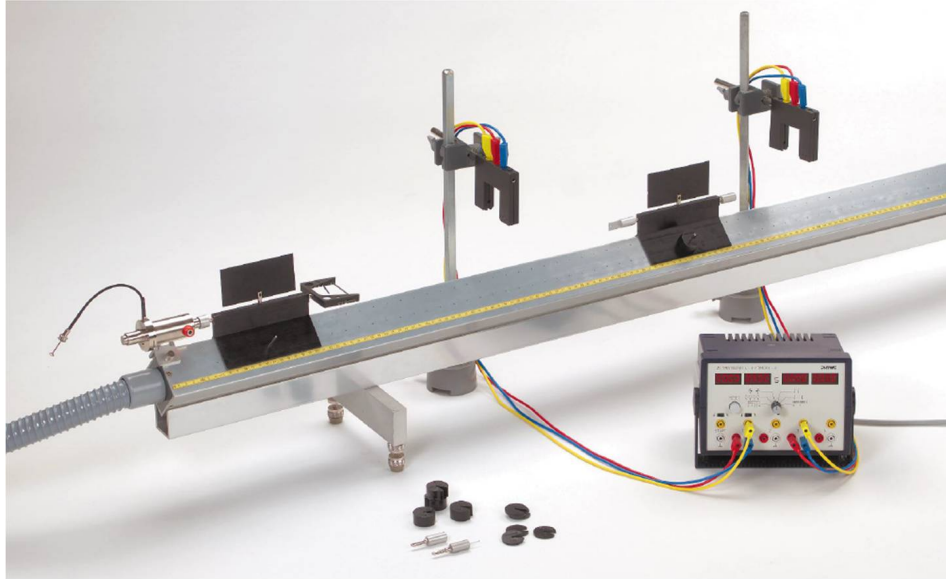


Figura 6.1: Montagem experimental para a investigação de conservação do momento linear, usando o trilho de ar.

## PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Fixe um anteparo de 100 mm na parte de cima de cada planador.
2. Use um anteparo com liga elástica no planador 1, e um anteparo de 10 mm planador 2 conforme a figura 6.1, eles são fixado na extremidade lateral dos planadores que haverá a colisão.
3. Meça a massa de cada planador, mas adicione duas massas de 50g no planador 2 (desta forma o planador 1 voltará após a colisão) e coloque na Tabela 6.1.
4. Posicione o planador 1 junto ao dispositivo de liberação (use a posição 2 do pino), e o planador 2 entre as duas barreiras de luz, como mostra a Fig.6.1.
5. Configure o cronometro com sua chave seletora na 3<sup>a</sup> posição. Acione o dispositivo de liberação, e anote os tempos indicados na Tabela 6.1.
6. Repita esse procedimento duas vezes, aumentando a massa do planador 2, com 20 g (10 g de cada lado do planador).

## TRATAMENTO DE DADOS

Obs: Todos os resultados pedidos a seguir devem ser colocados na Tabela 6.1.

1. Calcule a velocidade de cada planador antes e depois da colisão, usando o tempo medido pelo cronômetro.
2. Calcule os momentos de cada planador antes e depois da colisão.

3. Faça a soma dos momentos dos planadores antes e depois da colisão.
4. Calcule a energia cinética antes e depois da colisão.
5. Faça a soma das energias cinéticas antes e da colisão.

## QUESTÕES

Foi realizados colisões em três situações, com massas diferentes. Analisando a soma dos momentos e das energias cinéticas:

1. Há conservação de momento no sistema elástico?
2. Há conservação de energia cinética no sistema elástico?

	Dados	1	Dados	2	Dados	3
	Planador 1	Plan.2+100g	Planador 1	Plan.2+100g	Planador 1	Plan.2+100g
massa dos planadores (kg)						
tempo antes da colisão (s)						
tempo depois da colisão (s)						
velocidade antes da colisão (m/s)						
velocidade depois da colisão (m/s)						
momento antes da colisão (kg.m/s)						
momento depois da colisão (kg.m/s)						
energia cinética antes da colisão (J)						
energia cinética depois da colisão (J)						
soma dos momentos antes da colisão (kg.m/s)						
soma dos momentos depois da colisão (kg.m/s)						
soma das energias cinética antes da colisão (J)						
soma das energias cinética depois da colisão (J)						

Tabela 6.1: Dados das colisões elásticas para três massas diferentes, usando o Sistema Internacional.

### 6.3.2 EXPERIMENTO 2

Verificar se há conservação de energia cinética e de momento numa **colisão inelástica**.

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Fixe o maior anteparo, de 100mm, na parte de cima apenas do planador 1.
2. Use o anteparo menor com agulha no planador 1, e um anteparo com massa de modelar no planador 2, eles são fixado na extremidade lateral dos planadores onde haverá a colisão.

3. Meça a massa de cada planador e coloque na Tabela 6.2.
4. Posicione o planador 1 com junto ao dispositivo de liberação (posição 2), e o planador 2 entre as duas barreiras de luz, como mostra a Fig.6.1.
5. Acione o dispositivo de liberação, e anote os tempos indicados nos cronômetros na Tabela 6.2.
6. Repita esse procedimento duas vezes, aumentando a massa do planador 2, com 20 g (10 g de cada lado do planador).

## TRATAMENTO DE DADOS

Obs: Todos os resultados pedidos a seguir devem ser colocados na Tabela 6.2

1. Calcule a velocidade de cada planador antes e depois da colisão, usando o tempo medido pelo cronômetro.
2. Calcule os momentos de cada planador antes e depois da colisão.
3. Faça a soma dos momentos dos planadores antes e depois da colisão.
4. Calcule a energia cinética antes e depois da colisão.
5. Faça a soma das energias cinéticas antes e da colisão.

	Dados 1	Dados 2	Dados 3
	Planador 1	Planador 2	Planador 2
massa dos planadores (kg)			
tempo antes da colisão (s)			
tempo depois da colisão (s)			
velocidade antes da colisão (m/s)			
velocidade depois da colisão (m/s)			
momento antes da colisão (kg.m/s)			
momento depois da colisão (kg.m/s)			
energia cinética antes da colisão (J)			
energia cinética depois da colisão (J)			
soma dos momentos antes da colisão (kg.m/s)			
momento depois da colisão (kg.m/s)			
soma das energias cinética antes da colisão (J)			
soma das energias cinética depois da colisão (J)			

Tabela 6.2: Dados das colisões inelásticas para três massas diferentes, usando o Sistema Internacional.

# UNIDADE 7

## TORQUE E MOMENTO ANGULAR

### 7.1 OBJETIVO

Usando o disco plano, obter experimentalmente as relações do movimento circular uniformemente acelerado.

### 7.2 TEORIA

A relação entre momento angular  $\vec{L}$  de um corpo rígido e o torque  $\vec{\tau}$  atuando sobre este, em um sistema de coordenadas estacionárias com sua origem no centro de gravidade, é

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}. \quad (7.1)$$

No presente caso, a velocidade angular,  $\vec{\omega}$ , tem a direção de um eixo rotação, eixo z, tal que  $\vec{L}$  tem somente um componente:

$$L_z = I_z \omega,$$

onde  $I_z$  é a componente z do momento de inércia do disco plano em torno do eixo de rotação.

Para esse caso, podemos escrever a Eq.(7.1) como

$$\tau_z = I_z \frac{d\omega(t)}{dt}.$$

O momento de uma força  $\vec{F}$ , ou torque, é dada por

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}.$$

Para a força-peso, conforme mostrado na Figura 7.1, seu torque é

$$\tau_z = mgr,$$

tal que a equação do movimento pode ser escrita como



Figura 7.1: Montagem do experimento para a investigação do movimento circular uniformemente acelerado.

$$mgr = I_z \frac{d\omega(t)}{dt} \quad \text{ou} \quad mgr \equiv I_z \alpha(t), \quad (7.2)$$

onde  $\alpha$  é a aceleração angular do sistema.

Com as condições inicial,  $\omega(0) = 0$  e  $\phi(0) = 0$ , a velocidade e o espaço angular são dados por

$$\omega(t) = \frac{mgr}{I_z} t, \quad (7.3)$$

$$\phi(t) = \frac{1}{2} \frac{mgr}{I_z} t^2. \quad (7.4)$$

## 7.3 PARTE EXPERIMENTAL

### MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 cronômetro digital
- 1 compressor de ar
- 1 polia de precisão
- 1 anteparo de  $15^\circ$
- 1 barreira de luz
- 5 cordas de conexão
- 1 disco plano com escala angular ( massa = 811,5 g e raio = 175 mm)
- 1 disco de acionamento ( massa = 50 g e raio = 15 mm)
- 1 disco de acionamento ( massa = 125,5 g e raios de 30 e 45 mm)
- 1 dispositivo de liberação
- 2 grampos
- 1 porta-peso de 1g
- 1 fio de seda de 2000 mm
- 20 massas de 1 g
- 1 suporte de base

A montagem do experimento está ilustrada na Figura 7.1. O fio que passa pela polia de precisão deve estar tangente ao raio do disco de acionamento. Antes de começar a medir é viável verificar o nivelamento do disco. Para uma melhor precisão da experiência, ao usar o cronômetro digital é necessário repetir três vezes a medida e tirar uma média.

### 7.3.1 EXPERIMENTO 1

#### OBJETIVO

Determinar as relações entre o espaço angular e velocidade angular como funções do tempo, e obter o momento de inércia.

## PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Use somente o disco de acionamento de raio = 15 mm no disco plano.
2. Coloque 14 massas de 1g no porta-peso.
3. Fixe um ponto inicial, ou seja,  $s_0 = 0$  m,  $v_0 = 0$  m/s e  $t_0 = 0$  s, usando o dispositivo de liberação.
4. Posicione outro ponto com a barreira de luz (por exemplo  $150^\circ$ ), anote este ângulo, e obtenha o tempo que o disco percorre o mesmo.<sup>1</sup>
5. Em seguida para o cálculo da velocidade angular instantânea, obtenha o tempo de passagem do anteparo neste ponto.<sup>2</sup>
6. Repita este procedimento para quatro ângulos diferentes (por exemplo  $180^\circ$ ,  $210^\circ$ ,  $240^\circ$  e  $270^\circ$ ).

## TRATAMENTO DE DADOS

1. Calcule a velocidade angular instantânea em cada ponto (com exceção do ponto inicial).
2. Transforme os espaços angulares medidos para radianos.
3. Construa uma tabela com seus resultados (tempo, espaço angular e velocidade angular), usando o Sistema Internacional.
4. Através de um programa gráfico, construa em escala logarítmica:  $\phi = f(t)$  e  $\omega = f(t)$ .
5. Use a regressão linear e obtenha as funções espaço angular  $\times$  tempo e velocidade angular  $\times$  tempo.
6. Verifique se as funções obtidas coincidem com as funções esperadas teoricamente.
7. Através da função obtida,  $\phi = f(t)$ , compare com a equação teórica (7.4) e obtenha o momento de inércia do disco plano. Adote  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>.

### 7.3.2 EXPERIMENTO 2

#### OBJETIVO

Determinar a força como função da aceleração angular.

---

<sup>1</sup>Para obter esse intervalo, use o “TIMER” da função com o 2º comando do TRIGGER no cronômetro digital.

<sup>2</sup>Se  $\Delta\phi$  é o ângulo do anteparo e  $\Delta t$  é o tempo de escuridão do mesmo, então:  $\omega(t) \cong \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ . O ângulo do anteparo é  $15^\circ$ . Para obter esse intervalo, use “TIMER” da função com o 6º comando do TRIGGER no cronômetro digital.

## PROCEDIMENTO DO EXPERIMENTO

1. Use somente o disco de acionamento de raio = 15 mm no disco plano.
2. Coloque 9 massas de 1 g no porta-peso.
3. Fixe um ponto inicial, ou seja,  $s_0 = 0$  m ,  $v_0 = 0$  m/s e  $t_0 = 0$  s.
4. Fixe outro ponto e obtenha o tempo que o disco percorre essa distância<sup>1</sup> .
5. Em seguida para o cálculo da velocidade angular instantânea, obtenha o tempo de passagem do anteparo neste ponto<sup>2</sup> . Anote a massa m.
6. Repita os procedimentos “4” e “5” quatro vezes. Adicione 1 grama no porta-peso a cada repetição.

## TRATAMENTO DE DADOS

1. Para cada massa adicionada no porta peso, calcule a velocidade angular instantânea no ponto fixado. Com essas velocidades e com intervalo entre os dois pontos fixos, calcule as respectivas acelerações angulares do disco plano.
2. Para cada aceleração angular calcule a força-peso devido a massa m.
3. Tabele seus resultados (aceleração angular e força-peso), usando o Sistema Internacional.
4. Através de um programa gráfico, construa em escala logarítmica:  $F = f(\alpha)$ .
5. Use a regressão linear para achar a função força  $\times$  aceleração angular.
6. Verifique se a função obtida coincide com as função esperada teoricamente, veja a Eq.(7.2), e obtenha o momento de inércia do disco ao redor de seu eixo de rotação. Adote  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>.

### 7.3.3 EXPERIMENTO 3

#### OBJETIVO

Determinar a relação entre a aceleração angular e o raio (braço da alavanca).

#### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Use os dois disco de acionamento no disco plano.
2. Coloque 15 massas de 1 g no porta-peso, usando o raio de 15 mm.
3. Fixe um ponto inicial, ou seja,  $s_0 = 0$  m ,  $v_0 = 0$  m/s e  $t_0 = 0$  s.
4. Posicione outro ponto e obtenha o tempo que o disco percorre essa distância.<sup>1</sup>



5. Em seguida para o cálculo da velocidade angular instantânea, obtenha o tempo de passagem do anteparo neste ponto.<sup>2</sup>
6. Repita este procedimento para os raios de 30 e 45 mm.

### TRATAMENTO DE DADOS

1. Para cada raio, calcule a velocidade angular instantânea do disco plano do ponto fixado. Com essas velocidades e com intervalo entre os dois pontos fixos, calcule as respectivas acelerações angulares do disco plano.
2. Tabela seus resultados (raio e aceleração angular) , usando o Sistema Internacional.
3. Através de um programa gráfico, construa em escala logarítmica:  $\alpha = f(r)$ .
4. Use a regressão linear para achar a função raio  $\times$  aceleração angular.
5. Verifique se a função obtida coincide com a função esperada teoricamente, veja a Eq.(7.2), e obtenha o momento de inércia do disco ao redor de seu eixo de rotação. Adote  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

# UNIDADE 8

## MEDIDA DO MÓDULO DE YOUNG

### 8.1 OBJETIVO

A presente experiência tem como objetivo medir o módulo de Young dos materiais usando a deformação de uma haste em balanço, engastada em uma de suas extremidades e livre na outra, como mostra a figura (8.1). Aplicando-se uma força  $F_{ap}$  na extremidade livre, esta sofrerá um deslocamento vertical  $\delta_{ap}$ . Além desse deslocamento, existe também um deslocamento intrínscio  $\delta_{pp}$ , devido ao próprio peso  $P$  da haste. O deslocamento total em cada ponto da haste é a soma dessas duas contribuições.

### 8.2 TEORIA

Chama-se "linha elástica" de uma haste, com seção transversal uniforme, o eixo de simetria da haste após a flexão. A equação da linha elástica de uma haste com seção transversal uniforme é dada pela equação diferencial de segunda ordem

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = -\frac{M(x)}{YI_z}, \quad (8.1)$$

onde  $f(x)$  é a função que representa a coordenada da linha elástica em relação à posição  $x$  no eixo horizontal, tendo como origem o ponto onde a haste está engastada,  $M(x)$  é o momento fletor agindo na seção transversal a uma distância  $x$  da origem,  $Y$  é o módulo de Young e  $I_z$  é o momento de inercia em relação ao eixo transversal em torno do qual a seção transversal gira em razão da aplicação desse momento. O diagrama de uma haste engastada, sob uma força em sua extremidade livre, está apresentado na figura 8.1, com o respectivo sistema de eixos cartesianos  $xy$ . Considerando que a haste possua seção transversal constante e distribuição de massa uniforme ao longo de seu comprimento útil  $L$  (comprimento da parte da haste em balanço), o momento fletor é dado por

$$M(x) = -\left\{ [F_{ap}(L-x)] + \left[ \frac{\rho g a b (L-x)^2}{2} \right] \right\}, \quad (8.2)$$

no qual consideramos para o sinal do momento o sentido horário negativo. O primeiro termo da equação acima corresponde à contribuição da força aplicada  $F_{ap}$ , o segundo termo

corresponde à contribuição do peso próprio da haste em balanço,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $\rho$ ,  $a$  e  $b$  são a densidade de massa, a largura e a espessura da haste, respectivamente. Substituindo a Eq. (8.2) na Eq.(8.1), escrevemos

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = \left[ \frac{F_{ap}(L-x)}{YI_z} \right] + \left[ \frac{\rho gab(L-x)^2}{2YI_z} \right]. \quad (8.3)$$

Integrando sobre  $x$  temos

$$\frac{df(x)}{dx} = - \left\{ \frac{F_{ap}}{YI_z} \left[ Lx - \frac{1}{2}x^2 \right] + \left[ \frac{P}{2LYI_z} \left( L^2x - Lx^2 + \frac{x^3}{3} \right) \right] \right\} + c_1 \quad (8.4)$$

onde  $c_1$  é uma constante e  $P$  é o peso da parte da haste em balanço dado por  $P = \rho gabL$ . Usando a condição de contorno na qual em  $x = 0$ ,  $\frac{df(x)}{dx} = 0$ , obtemos  $c_1 = 0$ . Integrando mais uma vez em  $x$ , da Eq. (8.4) obtemos,

$$f(x) = \frac{F_{ap}}{YI_z} \left[ \frac{L}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 \right] + \left[ \frac{P}{2LYI_z} \left( \frac{L^2}{2}x^2 - \frac{L}{3}x^3 + \frac{x^4}{12} \right) \right] + c_2 \quad (8.5)$$

onde  $c_2$  é uma nova constante de integração. Como em  $x = 0$ ,  $f(x) = 0$ , concluímos que  $c_2 = 0$ . Portanto, a função  $f(x)$  que representa a forma da linha elástica da haste é um polinômio de quarta ordem escrito como

$$f(x) = \frac{L}{2YI_z} \left( F_{ap} + \frac{P}{2} \right) x^2 - \frac{1}{6YI_z} (F_{ap} + P) x^3 + \frac{P}{24LYI_z} x^4. \quad (8.6)$$

A deflexão total  $\delta_{total}$  da haste na sua extremidade livre, em razão da força  $F_{ap}$  e do peso próprio  $P$ , é dada pelo valor da função  $f(x)$  em  $x = L$ , ou seja,  $\delta_{total} = f(L)$ . Considerando que a haste é homogênea, com seção transversal retangular, com largura  $a$  e espessura  $b$ , cujo momento de inércia é  $I_z = ab^3/12$  e peso  $P = \rho gabL$ , fazendo-se  $x = L$  na Eq. (8.6), o deslocamento na extremidade livre da haste é

$$\delta_{total} = f(L) = \left[ \frac{4F_{ap}}{Yab^3} L^3 \right] + \left[ \frac{3}{2} \frac{\rho g}{Yb^2} L^4 \right]. \quad (8.7)$$

O primeiro termo da equação acima representa o deslocamento  $\delta_{ap}$  da extremidade livre devido à força aplicada  $F_{ap}$ , e o segundo termo, o deslocamento  $\delta_{pp}$  devido ao próprio peso da haste. Assim, os citados deslocamentos são dados por

$$\delta_{ap} = \frac{4F_{ap}}{Yab^3} L^3, \quad (8.8)$$

$$\delta_{pp} = \frac{3}{2} \frac{\rho g}{Yb^2} L^4. \quad (8.9)$$

Usando as equações (8.8) e (8.9), o módulo de Young  $Y$  pode ser medido de duas maneiras: (a) fixando o comprimento útil da haste  $L$  em balanço e variando a força aplicada  $F_{ap}$  e (b) variando o comprimento útil  $L$  da haste em balanço sem aplicação da força  $F_{ap}$ . Neste experimento utilizaremos a primeira maneira (a).

## 8.3 PARTE EXPERIMENTAL

### 8.3.1 MATERIAL NECESSÁRIO

Na figura (8.1) apresenta-se um esboço do aparato experimental utilizado para a medida do módulo de Ypung  $Y$ , cujo material consta na lista a seguir:

- 3 hastes com seção retangular uniforme (aço, alumínio e cobre)(A)
- 1 paquímetro (B)
- 2 suportes com seção transversal quadrada (C)
- 2 fixadores (D e E)
- 2 suportes de base (F)
- 1 suporte de 60 g para as massas utilizadas
- 5 discos com massa de 50 g

#### Módulo de Young ( $Y$ ) de uma Haste

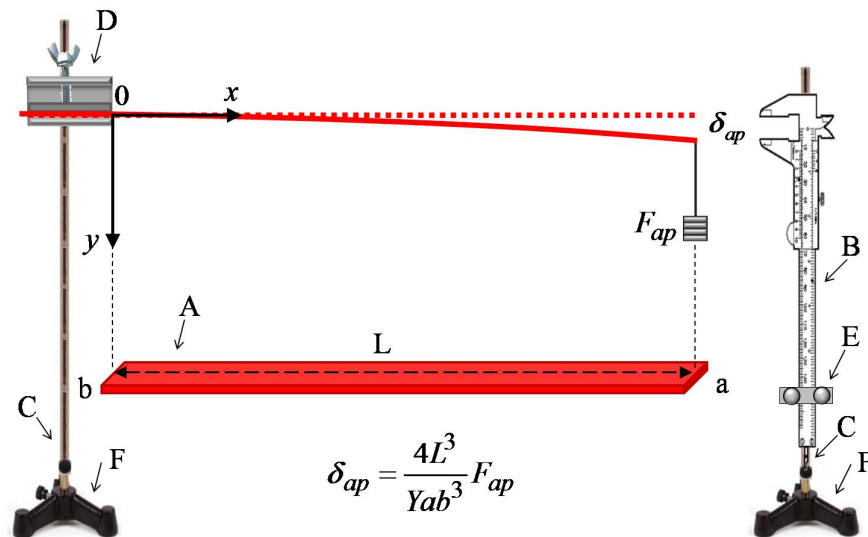


Figura 8.1: Aparato experimental para a medida do módulo de Young ( $Y$ ) de uma haste com comprimento  $L$ , largura  $a$  e espessura  $b$ . O deslocamento  $\delta_{ap}$  da extremidade livre da haste devido à aplicação da força  $F_{ap}$ , em relação ao deslocamento devido ao seu próprio peso, é  $\delta_{ap} = \frac{4L^3 F_{ap}}{Yab^3}$ .

### 8.3.2 EXPERIMENTO

#### OBJETIVO

Determinar os módulos de Young do aço, do alumínio e do cobre, variando-se a força  $F_{ap}$  aplicada na extremidade livre da haste e mantendo-se o seu comprimento útil  $L$  constante.

## PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Fixe uma das barras de seção transversal quadrada (C) em um dos suportes de base (F).
2. Prenda o fixador (D) na extremidade superior da barra mencionada no item anterior.
3. Engaste a haste (A) em que se medirá o módulo de Young no fixador mencionado no item anterior, deixando a parte em balanço com um comprimento de 20 cm.
4. Fixe a outra barra de seção transversal quadrada (C) no outro suporte de base (F).
5. À barra mencionada no item anterior, fixe o paquímetro (B) como mostrado na figura.
6. Deixe ficar em repouso a haste (A) na qual se medirá o módulo de Young . Agora posicione o paquímetro de maneira que o zero da medida de  $\delta_{ap}$  coincida com a extremidade livre da haste. Assim as medidas do deslocamento da extremidade livre serão devidas somente à força aplicada  $F_{ap}$ .
7. Inicie as suas medidas pendurando na extremidade da haste em balanço o suporte de massas de 60 g. Após o sistema ficar em repouso, meça com o paquímetro o correspondente deslocamento da extremidade da haste.
8. Acrescente um disco de 50 g ao suporte de massas e meça o novo deslocamento da extremidade da haste devido à massa de 110 g (50g do disco + 60 g do suporte de massas).
9. Repita quatro vezes o procedimento anterior acrescentando discos de 50 g e meça o correspondente deslocamento.

## TRATAMENTO DE DADOS

1. Elabore uma tabela com duas colunas. Na primeira coluna escreva a força aplicada em cada medida e na segunda coluna os correspondentes deslocamentos. Utilize o Sistema Internacional de Unidades.
2. Faça um gráfico em coordenadas cartesianas, colocando no eixo das abscissas a força aplicada ( $F_{ap}$ ) e no eixo das ordenadas o correspondente deslocamento ( $\delta_{ap}$ ). Os pontos ficarão distribuídos aproximadamente ao longo de uma linha reta.
3. Faça a regressão linear dos pontos lançados no item anterior e obtenha o coeficiente angular da reta.
4. Iguale o coeficiente angular obtido no item anterior com o coeficiente angular da equação (8.8) que é dado por  $\frac{4L^3}{Yab^3}$ .
5. Substituindo os valores de  $a$ ,  $b$  e  $L$  na igualdade obtida no item anterior, determine o valor do módulo de Young  $Y$ .
6. Compare os seus resultados com os resultados da literatura.

# Apêndice A

## ERROS, DESVIOS E INCERTEZAS

### A.1 INTRODUÇÃO

O presente texto apresenta os elementos básicos, necessários ao tratamento dos dados experimentais com os quais você terá que lidar, ao realizar seus experimentos em física básica.

É um fato bem arraigado na mente do aluno que, ao tratar teoricamente com grandezas, tem a impressão de estar lidando com valores absolutos que independem do experimentador ou do instrumento de medidas utilizado para obtê-las.

### A.2 ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

A escala da Fig.A.1 é a de uma régua graduada em cm. Se dois experimentadores fossem anotar o comprimento assinalado pela seta, poderiam tê-lo feito da seguinte forma:

Experimentador 1 : 4,6 cm

Experimentador 2 : 4,7 cm

e nenhum deles estaria errado.

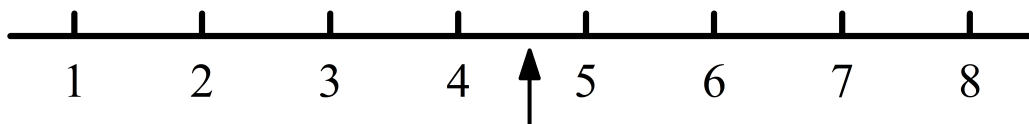


Figura A.1: Régua graduada em cm.

Nos resultados obtidos, vê-se que ambos anotaram o algarismo 4, avaliando porém a fração de forma distinta.

Se um terceiro experimentador tivesse anotado o valor 4,65 cm, ele teria avaliado centésimos da menor divisão da escala da régua, numa precisão absolutamente desnecessária. Se

ele não consegue ler os milímetros (não estão marcados na escala), não tem sentido avaliar frações desses mesmos milímetros. Seria um procedimento discutível ou mesmo inaceitável.

Em medições, é costume fazer estimativas com aproximações até décimos da menor divisão do instrumento.

No exemplo da Fig.A.1, a medida 1 (4,6 cm) apresenta 2 **dígitos** ou **algarismos**, dos quais o dígito ou o algarismo 6 resultou da fração avaliada da menor divisão da escala do instrumento. E é por esse motivo que nele está a dúvida ou **incerteza** da medida. Já o dígito 4 é isento de dúvidas, pois a divergência entre os dois experimentos aconteceu na avaliação da fração da menor divisão da escala.

MEDIDA 1: 4, 6 cm

MEDIDA 2: 4, 7 cm

↓

ALGARISMOS DUVIDOSOS

Os algarismos significativos de uma medida são os algarismos corretos (não duvidosos) seguidos de um algarismo duvidoso. Preste atenção: somente 1!

Desta forma, ao efetuar-se uma medida qualquer, deve-se apresentar o valor da grandeza com todos os seus algarismos significativos.

Por exemplo, a medida 85,40 g tem 4 algarismos significativos; 0,0653 m tem 3 algarismos significativos;  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C tem 2 algarismos significativos; 5 cm tem 1 algarismo significativo e ele próprio é duvidoso.

Pode-se escrever o valor de uma medida de várias formas, desde que não se altere o número de seus algarismos significativos. Por exemplo, um estudante pode determinar a massa de um objeto e escrevê-la na forma  $m = 0,02150$  kg, sendo o zero da direita significativo (surgiu de uma avaliação) ao passo que os da esquerda não o são. Pode-se escrever corretamente a medida como:

$$2,150 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

$$21,50 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$2,150 \cdot 10 \text{ g}$$

$$21,50 \text{ g}$$

tendo todas as formas apresentadas acima, 4 algarismos significativos. Qualquer representação da medida que altere o número de algarismos significativos é incorreto, como por exemplo, escrever-se  $2,15 \cdot 10^{-2}$  kg. Neste caso o algarismo duvidoso passaria a ser o 5 e a grandeza teria 3 algarismos significativos. Uma transformação de unidades não altera o número de algarismo significativos da medida de uma grandeza física.

Os dígitos de uma grandeza física contam-se a partir da esquerda para a direita, a partir do **primeiro não nulo**, e são significativos **todos** os corretos e o **primeiro** algarismo duvidoso.

## A.3 ERROS E DESVIOS

Como ilustração tem-se em condições normais de pressão, mediu-se a temperatura da água em ebulição, obtendo-se o valor 98,2°C. A diferença entre o valor obtido e o valor considerado verdadeiro (neste caso, 100°C) desta grandeza é de -1,8°C.

Em outro experimento, mediu-se com uma régua a aresta de uma mesa e obteve-se o valor 58,75 cm. Será que neste caso é reconhecido o valor real desta grandeza?

Quando se sabe o valor real de uma grandeza e experimentalmente encontra-se um resultado diferente, diz-se que o valor obtido contém um **erro**.

**Erro** é a diferença entre o valor obtido ao se medir uma grandeza e o valor da mesma. Matematicamente: erro = valor medido - valor real.

Mas o valor real ou exato da maioria das grandezas físicas nem sempre é conhecido. Neste caso, estabelece-se o valor mais provável desta grandeza, isto é, o valor adotado que mais se aproxima daquele que pode ser considerado real e, ao efetuar-se uma medida, fala-se em desvios e não em erros.

**Desvio** é a diferença entre o valor obtido ao se medir uma grandeza e o valor adotado que mais se aproxima do valor real. Matematicamente: desvio = valor medido - valor adotado.

Na prática se trabalha, na maioria das vezes, com desvios e não com erros.

Um mesmo operador, ao efetuar uma série de medidas de uma grandeza, utilizando o mesmo instrumento, poderá obter diferentes valores na maioria das vezes, devido a fatores pessoais e acidentais. Quando isto acontece, é possível demonstrar que o valor mais próximo do considerado correto ou real (valor mais provável), é a média aritmética dos valores obtidos. Exemplo: Um operador, ao medir o comprimento de um tubo com uma régua milimetrada, encontrou os seguintes valores (em metros) 1,2314; 1,2315; 1,2314 e 1,2313. O valor mais próximo do real, no caso é:

$$a = \frac{(1,2314 + 1,2315 + 1,2313 + 1,2314) \text{ m}}{4} = 1,2314 \text{ m}$$

Segundo exemplo: o valor adotado para a aceleração da gravidade no Laboratório de Física é 9,78m/s. Obtém-se experimentalmente no mesmo local 9,50 m/s; o desvio dessa grandeza é dada por 9,50 - 9,78 = - 0,28m/s. O sinal negativo indica que o valor medido é menor que o valor adotado.

Terceiro exemplo: Um operador, ao medir a corrente num circuito com um amperímetro, encontrou os valores (em Ampères) 1,23; 1,22; 1,23; e 1,24. O valor mais próximo do real, no caso é:

$$i = \frac{(1,23 + 1,22 + 1,23 + 1,24) \text{ A}}{4} = 1,24 \text{ A}$$

Os desvios podem ser apresentados sob duas formas:

a) Desvios absoluto - definido acima.



b) Desvio relativo - é a razão entre o desvio absoluto e o valor adotado como o mais próximo do valor real dessa grandeza.

Utilizando o segundo exemplo tem-se que o desvio absoluto encontrado é  $0,28 \text{ m/s}^2$  enquanto que o desvio relativo é  $0,0286 [(0,28 \text{ m/s}) / (9,78 \text{ m/s}) \cong 0,0286]$ .

O **desvio percentual** é obtido multiplicando-se o desvio relativo por 100%. No exemplo acima seria de 2,86%.

Quando um experimentador faz uma medida de uma grandeza física, esta terá um erro se for conhecido o valor real da mesma, e o resultado obtido for diferente deste. Por outro lado, se é conhecido o valor mais provável (valor adotado) da grandeza física e o resultado for diferente deste, utiliza-se o desvio.

No contexto das aulas práticas de física básica, os valores das grandezas físicas medidas por você serão sempre representados pelo

$$\begin{aligned} &\text{VALOR MEDIDO} \pm \text{ERRO} \\ &\text{OU} \\ &\text{VALOR MEDIDO} \pm \text{DESVIO} \end{aligned}$$

quando for conhecido o valor real ou o valor mais provável, respectivamente. Na representação matemática das grandezas físicas obtidas por meio da combinação de outras grandezas medidas, deve-se omitir a exploração dos erros e dos desvios das mesmas. Esta perda de precisão na representação matemática justifica-se em medida que são priorizados os aspectos físicos intrínsecos ao problema físico abordado.

## A.4 INCERTEZAS

### A.4.1 INCERTEZA ABSOLUTA

Ao se medir uma grandeza, seu valor será dado pelos traços ou algarismos efetivamente gravados numa escala e por mais um algarismo, avaliado a critério do operador, chamado de **duvidoso**.

Como geralmente não se sabe se o valor da incerteza é para mais ou para menos, adota-se para esta um valor  $\pm \Delta$  que cobrirá um intervalo igual a  $2|\Delta|$ , em torno do valor medido. O valor  $\pm \Delta$  é chamado de incerteza absoluta. A amplitude dessa incerteza é fixada pelo operador e depende de sua perícia, da segurança desejada, da facilidade de leitura e do próprio aparelho utilizado.

Apesar de não ser norma, costuma-se adotar como incerteza absoluta de uma medida o **valor da metade da menor divisão da escala**. No exemplo da Fig.A.1, a menor divisão da escala é 1 cm. Se o experimentador 1 tivesse adotado como incerteza absoluta o valor  $\Delta = \pm 0,5 \text{ cm}$ , a sua leitura seria:

$$\text{Experimenador 1: } (4,6 \pm 0,5) \text{ cm}$$

Com isto ele quer dizer que sua leitura é confiável dentro do intervalo 4,1 cm e 5,1 cm, mas que o valor mais provável de sua medida, na sua opinião, é 4,6 cm. Se, por outro lado, o experimentador 2 fixa como incerteza absoluta  $\Delta = \pm 0,1 \text{ cm}$ , ter-se-ia:

Experimenador 2:  $(4,7 \pm 0,1)$  cm

indicando que sua leitura é confiável dentro do intervalo 4,6 e 4,8 cm, sendo 4,7 cm o valor mais provável da medida.

## A.4.2 INCERTEZA RELATIVA

É a relação entre a incerteza adotada na medição do valor de uma grandeza e este valor. Da mesma forma que o desvio relativo, a incerteza relativa fornece uma apreciação da medida e é frequentemente representada na forma percentual. voltando-se ao exemplo da Fig.A.1, tem-se:

EXEMPLO 1:

$$\begin{aligned} \text{incerteza absoluta} &= \pm 0,5 \text{ cm} \\ \text{incerteza relativa} &= \pm \frac{0,5 \text{ cm}}{4,7 \text{ cm}} = \pm 0,11 \text{ (11\%)} \end{aligned}$$

EXEMPLO 1:

$$\begin{aligned} \text{incerteza absoluta} &= \pm 0,1 \text{ cm} \\ \text{incerteza relativa} &= \pm \frac{0,1 \text{ cm}}{4,7 \text{ cm}} = \pm 0,02 \text{ (2\%)} \end{aligned}$$

Vê-se que quando menor é a incerteza relativa, maior é a qualidade da medida.

## A.5 PROPAGAÇÃO DAS INCERTEZAS

A medida de uma grandeza física pode ser obtida diretamente (comprimento, massa, tempo, etc.) ou indiretamente (área, velocidade média, momento de inércia, etc.).

Nas medidas indiretas, o valor final das grandezas irá depender das incertezas de cada uma delas, obtidas direta ou indiretamente, bem como da forma da expressão matemática utilizada para obtê-lo. Portanto, é necessário considerar-se as diferentes maneiras de propagação de incertezas. São elas:

a) Soma e Subtração - faz-se medidas de grandezas  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Ao se efetuar a soma  $A + B + C$ , é necessário encontrar a incerteza absoluta resultante.

$$\begin{aligned} A &= a \pm \Delta a \\ B &= b \pm \Delta b \\ C &= c \pm \Delta c \end{aligned}$$

onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  são os valores medidos e  $\pm \Delta a$ ,  $\pm \Delta b$ ,  $\pm \Delta c$  são as incertezas absolutas.

$$S = A + B + C = a \pm \Delta a + b \pm \Delta b + c \pm \Delta c$$

ou seja

$$S = s \pm \Delta s; \quad s = (a + b + c); \quad \pm \Delta s = \pm \Delta a \pm \Delta b \pm \Delta c.$$

Considerando que todas as incertezas possuem o mesmo sinal, obtém-se:

$$\pm \Delta s = \pm [|\Delta a| + |\Delta b| + |\Delta c|].$$

**Exemplo 1:** Mediu-se o comprimento de uma mesa com uma régua milimetrada, em duas etapas, obtendo-se:

$$L_1 = (1,0000 \pm 0,0004) \text{ m e } L_2 = (0,1230 \pm 0,0004) \text{ m.}$$

Assim, o comprimento da mesa, pelo critério anterior, era:

$$L = \ell \pm \Delta \ell = L_1 + L_2 = (1,1230 \pm 0,0008) \text{ m.}$$

b) Outras operações - Há casos em que se deseja calcular a incerteza relativa de uma grandeza  $F$  que tem a forma,

$$F = K \cdot A \cdot B^\alpha \cdot C^\beta,$$

ou seja,  $F$  é obtida através do produto, divisão, potenciação e radiciação de outras grandezas  $A, B, C$ , tais que  $A = a \pm \Delta a$ ,  $B = b \pm \Delta b$ ,  $C = c \pm \Delta c$  e  $K$  é uma constante qualquer.

Demonstra-se teoricamente que a incerteza relativa  $\pm \frac{\Delta f}{f}$  pode ser colocada em função das incertezas relativas que se compoem, através da seguinte expressão:

$$\pm \frac{\Delta f}{f} = \pm \left[ \left| \frac{\Delta k}{k} \right| + \left| \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| \alpha \frac{\Delta b}{b} \right| + \left| \beta \frac{\Delta c}{c} \right| \right]$$

onde

$$f = K \cdot a \cdot b^\alpha \cdot c^\beta, \text{ já que } F = f \pm \Delta f$$

A constante  $k$  poderá aparecer de duas maneiras diferentes:

1. ser um número formado por quantidade finita de dígitos ( número exato). Neste caso a incerteza absoluta  $\Delta k$  é zero.
2. ser um número que matematicamente tenha infinitos dígitos (irracional, dízima). Neste caso a incerteza absoluta dependerá da quantidade de dígitos adotado. Assim, adotando-se para  $\pi = 3,14$  e admitindo-se uma aproximação até o valor  $\pi = 3,1416$ , tem-se uma incerteza absoluta e positiva de 0,0016.

**Exemplo 2:** Deseja-se saber a área superficial de um moeda. Para tanto, dispõe-se de uma régua milimetrada e de um paquímetro, cujas leituras di diâmetro foram, respectivamente:

$$D = (22,6 \pm 0,2) \text{ mm,}$$

$$D = (22,60 \pm 0,5) \text{ mm.}$$

À primeira vista pode parecer que o resultado das duas medidas são iguais, o que não é verdade. A medida feita com a régua milimetrada possui 3 algarismos significativos, enquanto que a feita com o paquímetro possui 4 algarismos significativos. As incertezas relativas são:

$$\begin{aligned} \text{régua} &= \frac{0,2}{22,6} = 0,00885 = 0,89\%, \\ \text{paquímetro} &= \frac{0,5}{22,60} = 0,00221 = 0,22\%. \end{aligned}$$

Indicando que a medida feita com o paquímetro é de maior precisão pois a incerteza relativa correspondente é menor.

A Área do cilindro é dada pela expressão:  $S = \pi R^2$ , onde  $R$  é o raio. Como  $D = 2R$ , tem-se que

$$S = \frac{\pi D^2}{4}.$$

Substituindo o valor medido tem-se,

$$S = \frac{3,14 \cdot (22,6)^2}{4} = 400,94660 \text{ mm}^2.$$

A expressão  $S = \frac{\pi D^2}{4}$  é da forma  $F = K \cdot A \cdot B^\alpha \cdot C^\beta$ , onde

$$\begin{aligned} S &= F \\ K &= \pi \\ A &= 1 \\ B &= D \\ \alpha &= 2 \end{aligned}$$

A constante  $1 / 4 = 0,25$  é exata e, portanto, sua incerteza é nula. Logo

$$\pm \frac{\Delta f}{f} = \pm \left[ \left| \frac{\Delta k}{k} \right| + \left| \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| \alpha \frac{\Delta b}{b} \right| + \left| \beta \frac{\Delta c}{c} \right| \right]$$

então,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta s}{s} &= \pm \left[ \left| \frac{\Delta \pi}{\pi} \right| + \left| \frac{0}{1} \right| + \left| 2 \frac{\Delta d}{d} \right| \right] \\ \frac{\Delta s}{s} &= \pm \left[ \left| \frac{0,0016}{3,14} \right| + \left| 2 \frac{0,2}{22,6} \right| \right] = \pm 0,018298669 \\ \Delta s &= \pm (0,018298669) \cdot s = \pm (0,018298669) \cdot (400,94660) \text{ mm}^2 \quad \text{ou} \\ \Delta s &= \pm 7,300703998 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Não tem sentido escrever a grandeza  $S = s \pm \Delta s$  com todos os dígitos

$$S = (400,94660 \pm 7,30070) \text{ mm}^2,$$

pois haveriam 8 algarismos. Lembrando a definição de algarismo significativos, uma grandeza física só pode ter 1 algarismo duvidoso e o resultado acima teria 6 algarismos duvidosos. Portanto, a forma correta de expressar o resultado é:

$$S = (401 \pm 7) \text{ mm}^2.$$

Para o paquímetro,

$$S = \frac{3,14 \cdot (22,60)^2}{4} = 400,94660 \text{ mm}^2$$

$$\frac{\Delta s}{s} = \pm \left[ \left| \frac{0,0016}{3,14} \right| + \left| 2 \frac{0,05}{22,6} \right| \right] = \pm 0,004934333$$

$$\Delta s = \pm (0,004934333) \cdot (400,94660) \text{ mm}^2 = 1,978404 \text{ mm}^2 = 2 \text{ mm}^2$$

$$S = (401 \pm 2) \text{ mm}^2$$

**Exemplo 3:** Foram realizados 10 medidas de tempo para determinar a velocidade média de um carro num certo percurso AB, onde  $X_{AB} = (25,0 \pm 0,2) \text{ m}$ , encontrando-se os seguintes valores:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$(t \pm 0,1) \text{ s}$	2,4	2,1	2,2	2,4	2,3	2,1	2,3	2,4	2,2	2,3

A velocidade média é encontrada através da relação  $\bar{v} = \frac{X_{AB}}{\bar{t}}$ , onde  $\bar{t}$  é o valor médio do tempo (valor mais provável). necessita-se portanto obter  $\bar{t}$ :

$$t = \frac{\sum t_n}{n} = \frac{[(2,4 \pm 0,1) + (2,1 \pm 0,1) + \dots + (2,3 \pm 0,1)] \text{ s}}{10}$$

$$\bar{t} = \frac{27,7 \pm 0,1}{10} \text{ s} = (2,77 \pm 0,1) \text{ s}$$

A expressão  $\frac{X_{AB}}{\bar{t}}$  é da forma  $F = K \cdot A \cdot B^\alpha \cdot C^\beta$ , onde

$$K = 1$$

$$A = X_{AB} = x \pm \Delta x$$

$$B = \bar{t} \pm \Delta \bar{t}$$

$$\alpha = -1$$

$$\beta = 0$$

Logo  $F = f \pm \Delta f$  torna-se, neste caso,  $\bar{V} = \bar{v} \pm \Delta \bar{v}$  e precisa ser encontrada (lembre-se:  $K \cdot a \cdot b^\alpha \cdot c^\beta$ ).

$\bar{v} = \frac{X}{t} = \frac{25,0 \text{ m}}{2,3 \text{ s}} = 10,869565522 \text{ m/s}$ , obtido diretamente de uma calculadora. O que tem que ser calculado agora é  $\Delta\bar{v}$ . Lembre-se:

$$\pm \frac{\Delta f}{f} = \pm \left[ \left| \frac{\Delta k}{k} \right| + \left| \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| \alpha \frac{\Delta b}{b} \right| + \left| \beta \frac{\Delta c}{c} \right| \right]$$

portanto

$$\pm \frac{\Delta\bar{v}}{\bar{v}} = \pm \left[ |0| + \left| \frac{\Delta x}{x} \right| + \left| -1 \cdot \frac{\Delta\bar{t}}{\bar{t}} \right| \right] = \pm \left[ \left| \frac{0,2}{25,0} \right| + \left| -1 \cdot \frac{0,1}{2,3} \right| \right]$$

$$\frac{\Delta\bar{v}}{\bar{v}} = \pm 0,05147826.$$

Esta ainda é a incerteza relativa. Para a determinação da incerteza absoluta tem-se:

$$\Delta\bar{v} = \pm 0,05147826 \cdot \bar{v} = \pm (0,05147826) \cdot (10,869565522) \text{ m/s ou}$$

$$\Delta\bar{v} = \pm 0,559546313 \text{ m/s}$$

Não tem sentido escrever-se a grandeza  $\bar{V} = \bar{v} \pm \Delta\bar{v}$  com todos os dígitos. **A incerteza absoluta deve ser escrita com um dígito significativo.** Logo  $\Delta\bar{v} = \pm 0,6 \text{ m/s}$ . Por uma questão de coerência, deve ser truncado também o valor da medida, para que se igualem as casas decimais. Assim  $\bar{v} = 10,9 \text{ m/s}$ . Portanto.

$$\bar{v} = (10,9 \pm 0,6) \text{ m/s}$$

Antes de encerrar o exemplo, devem ser comparadas as incertezas relativas das grandezas  $\bar{V}$ ,  $X_{AB}$  e  $\bar{t}$ :

$$\frac{\Delta\bar{v}}{\bar{v}} = 5,1\%; \quad \frac{\Delta x}{x} \simeq 0,8\%; \quad \frac{\Delta\bar{t}}{\bar{t}} = 4,3\%$$

Deve-se notar que a maior delas é a de  $\frac{\Delta\bar{v}}{\bar{v}}$ , evidenciando-se assim a propagação das incertezas.

### A.5.1 ERROS ACIDENTAIS

Por mais cuidadoso que seja o operador ou o processo de medição de uma grandeza, não se pode deixar de levar em conta certos fatores acidentais que afetam as medidas:

- a) Defeitos não sistemáticos de leitura (imperícia do operador).
- b) Variação de capacidade de avaliação com o número de medidas efetuadas.
- c) Discrepâncias nos valores referentes à observação de uma mesma grandeza, por vários observadores.
- d) As próprias condições dos aparelhos de medidas (erros de paralaxe que variam com a magnitude da grandeza).
- e) Reflexos variáveis do operador (por exemplo, no caso de acionamento de um cronômetro).
- f) Dificuldades na obtenção de certas medidas (ajuste de zero de uma escala ou outros tipos de ajustes).

g) Interesse do operador em obter medidas em situações diferentes, com o intuito de conseguir um valor mais representativo de uma grandeza.

h) Outros fatores não intencionais, que podem afetar a medida durante a realização da mesma.

# Apêndice B

## CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS I

### B.1 OBJETIVO

Determinação de leis e grandezas físicas a partir da análise de gráficos de dados experimentais, construídos em papel milimetrado e di-logaritmo.

### B.2 INTRODUÇÃO

Uma das técnicas utilizadas por profissionais das mais diversas áreas é a construção e interpretação de gráficos. A utilização de gráficos constitui uma maneira muito fácil de se ter uma visualização e um melhor entendimento do comportamento das variáveis do fenômeno estudado, além dos mesmos possibilitarem a obtenção de muitas outras informações importantes. As técnicas de construção de gráficos são extremamente úteis quando se quer fazer uma comparação entre os dados experimentais e teóricos. Isto pode ser realizado de duas maneiras:

- 1) através do gráfico traçado a partir de dados experimentais, pode-se estabelecer a relação matemática entre as variáveis e compará-la com a expressão teórica.
- 2) pode-se traçar a curva teórica e experimental num mesmo sistema de eixo e então compará-las.

É ainda através de gráficos que se determinam com mais facilidade os diversos coeficientes ligados às propriedades de certos materiais ou se encontram parâmetros para situações particulares.

De acordo com a natureza da relação entre as grandezas envolvidas, os gráficos podem ser feitos em papel milimetrado, mono-log, di-log, além de outros com padrões especiais.

### B.3 CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

A seguir são apresentados 3 exemplos de como devem ser feitas as construções e análises gráficas de um conjunto de dados experimentais.

#### **Exemplo 1:**



Um aluno mediu a velocidade de um objeto em função do tempo e construiu a seguinte tabela:

$(t \pm 0,1)\text{s}$	0,5	0,8	1,0	1,3	1,5	1,8	2,1
$V(\text{m/s})$	$4,3 \pm 0,5$	7,7	8,9	$12 \pm 1$	14	18	20

Tabela B.1

Ele deve fazer um gráfico dessas duas grandezas, isto é, distribuir os valores de  $v$  e  $t$  em eixo horizontal e vertical.

## ASPECTOS GERAIS A SEREM CONSIDERADOS NA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

### 1. Título:

O gráfico tem que conter todas as informações necessária a sua compreensão, evitando que se leia todo o texto no qual o mesmo este inserido, para saber do que se trata. Deve ser escolhido um título conciso e ao mesmo tempo bem explicativo.

### 2. Eixos:

É norma universal colocar a variável independente no eixo das abcissas (eixo  $x$ ) e a variável dependente no eixo das ordenadas (eixo  $y$ ). No gráfico três coisas precisam estar claras em relação aos eixos;

- a) a grandeza física a ser representada no eixo;
- b) as unidades empregadas;
- c) os valores numéricos da grandeza e unidade apropriadas, representadas por intervalos adequados ao longop dos eixo.

No exemplo da tabela 1, nota-se que  $v$  foi medido em função de  $t$ , ou seja,  $v = f(t)$ , sendo  $v$  a variável dependente e  $t$  a variável independente.

### 3. Escala:

Deverá estar de acordo com os valores numéricos referentes aos dados das grandezas físicas envolvidas no problema objeto de estudo, sendo escolhida de maneira que facilite a interpolação. Também deve permitir que os pontos experimentais fiquem contidos no papel, de forma que os mesmos sejam distribuídos na maior parte de sua extensão, isto é, não fiquem concentrados somente em uma pequena região do mesmo.

### 4. Barras de incerteza: No nosso contexto elas serão ignoradas.

Como explicitado no exemplo da tabela 1, inspecionado os valores da velocidade, verifica-se que o menor deles é  $4,3 \text{ m/s}$  e o maior  $20,0 \text{ m/s}$ . Isto significa que a variação entre eles é  $15,7 \text{ m/s}$ . Caso se deseje incluir o valor  $v = 0$ , apesar do mesmo não constar na tabela, esta variação será igual a  $20 \text{ m/s}$ .

Os valores de  $t$  expressos nesta mesma tabela, serão representados mais facilmente no gráfico se forem escritos em forma de número inteiros (não é obrigatório), expressos como potências de 10, como indicado adiante.

$t \times 10^{-1}(\text{s})$	5	8	10	13	15	18	21
------------------------------	---	---	----	----	----	----	----

A respectiva variação, ao se incluir o valor  $t = 0$ , é de 21 s (não se preocupe com o fator  $10^{-1}$ , por enquanto). Logo, a variação de  $v$  é de 20 m/s e a variação de  $t$  é de 21 s.

Neste caso as variações são muito próximas, sendo indiferente representar  $v$  ou  $t$  ao longo do eixo situado no lado maior do papel (o papel milimetrado mais utilizado tem  $28 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$ ). Escolhendo os valores de  $v$  para o lado maior, ter-se-ia 20 m/s equivalendo a 28 cm, ou seja, 1 cm  $\rightarrow$  701...m/s. O correto seria escolher a escala inteira imediatamente superior, o que daria 1 cm  $\rightarrow$  1 m/s.

Pelas mesmas razões, se os valores de  $t$ , estiverem dispostos em toda extensão do lado menor do papel, 18 cm, resultaria numa representação em que 1cm corresponderia a 1,166...s. A escala inteira imediatamente superior corresponde a 1 cm 2 s, ou seja, 1:2. É importante enfatizar que se deve evitar trabalhar com escalas como 1:3, 1:7, 1:9, etc., pela dificuldade na marcação de decimais.

## REPRESENTAÇÃO DOS DADOS

Após determinar as escalas em ambos os eixos, localiza-se cada um dos valores numéricos  $v$  e  $t$ , fazendo-se a seguir a devida correspondência entre eles, conforme mostrado na Fig.B.1. Observe que o fator  $10^{-1}$  para o tempo é colocado ao longo do eixo  $t$ .

## COMO TRAÇAR A CURVA RESULTANTE

Ao se observar a distribuição dos pontos, vê-se que a reta é a curva que se melhor se ajusta a esse ponto. Como esses pontos não são perfeitamente colineares (geralmente não o são), chama-se essa reta de reta média. A maneira mais simples de se obter a reta média é com o auxílio de uma régua transparente. Ao traçar a reta que representa o comportamento médios dos dados da tabela B.1, deve-se levar em conta o desvio experimental avaliado que afeta cada ponto medido. A reta deve passar, pelo menos, em 70% das barras de incerteza e de forma que metade dos pontos fique acima e metade abaixo da reta. Pode-se estimar a incerteza no coeficiente angular da reta média, traçando-se, além da própria reta, as retas de máxima e de mínima inclinação e ambas devem passar por todas as barras de incerteza. Em seguida, calcula-se os coeficientes angulares das três retas e toma-se o valor absoluto da maior diferença entre o coeficiente angular da reta média e das outras duas. Este valor é a incerteza no coeficiente angular da reta média.

## INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DO GRÁFICO

Conforme mostrado na Fig.B.1, a curva obtida para  $v = f(t)$  a reta, cuja equação geral é:

$$Y = ax + b,$$

onde  $y$  é a variável dependente,  $x$  a variável independente,  $a$  é a inclinação da reta e  $b$  o ponto onde esta corta o eixo  $y$ . Para o presente exemplo esta equação corresponde à expressão

$$v = v_0 + At,$$

onde  $v_0$  é a velocidade para  $t = 0$ . Para determinar o valor de  $v_0$ , basta prolongar a reta até que a mesma encontre o eixo  $v$ . Este procedimento recebe o nome de **extrapolação**.

A inclinação  $A$  (neste caso, a aceleração) é determinado através da tangente ao ângulo  $\theta$ , como mostrado na Fig.B.1. Para isso, mede-se o cateto oposto (BC) e o adjacente (DC); em suas respectivas escalas, obtendo-se:

$$a = \operatorname{tg}\theta = \frac{\text{BC}}{\text{DC}} = \frac{(13,5 \pm 0,8) \text{ m/s}}{(1,4 \pm 0,1) \text{ s}} = 9,64 \text{ m/s}^2.$$

Como  $A = a \pm \Delta a$ , pois resulta de uma operação entre outras duas grandezas que possuem incertezas, temos (consulte o APÊNDICE A):

$$A = \frac{13,5 \text{ m/s}}{1,4 \text{ s}} = 9,642857143 \text{ m/s}^2$$

e

$$\Delta a = \left[ \left| \frac{\Delta v}{v} \right| + \left| \frac{-1 \cdot \Delta t}{t} \right| \right] \cdot 9,642857143 = 1,260204082 \text{ m/s}^2.$$

Portanto,

$$a = (10 \pm 1) \text{ m/s}.$$

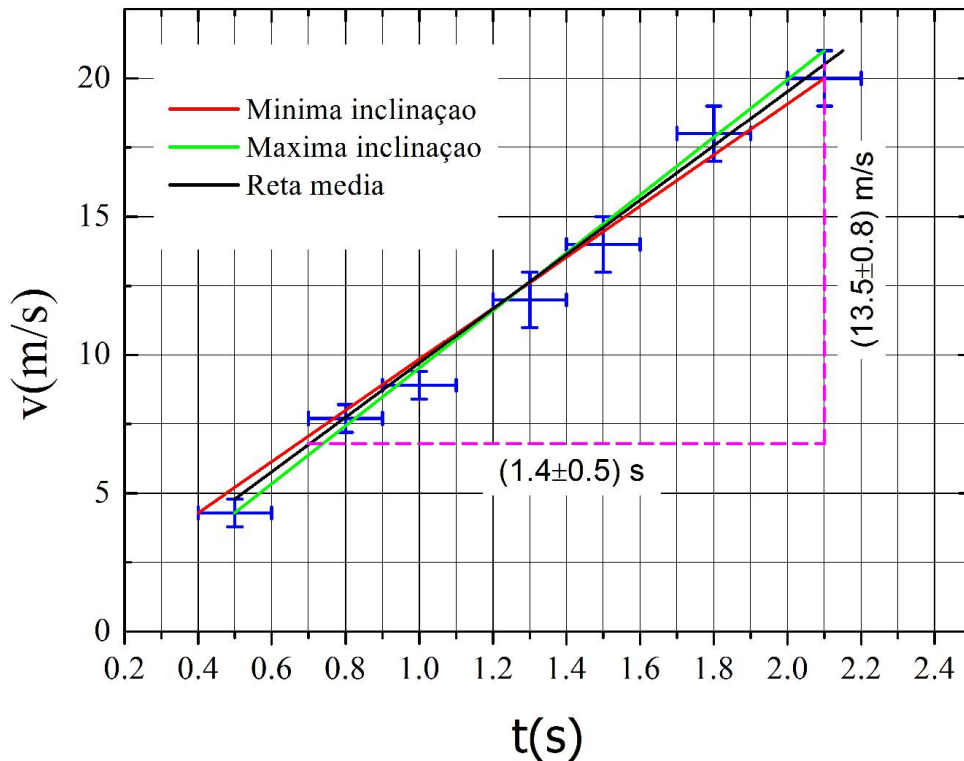


Figura B.1: Gráfico  $v = f(t)$  construído a partir da Tabela B.1.

**Exemplo 2:**

Um aluno mediu o período de oscilação de um sistema massa-mola em função da massa colocada na extremidade da mola. Para facilitar a leitura, foi medido o tempo ( $t$ ) correspondente a 10 oscilações. Com os resultados obtidos, construiu-se a seguinte tabela:

$m \cdot 10^{-3}(\text{kg})$	$(t \pm 0,1) \text{ s}$	$(T \pm 0,01) \text{ s}$
$50 \pm 0,1$	2,0	0,20
$100 \pm 0,2$	2,8	0,28
$200 \pm 0,3$	3,9	0,39
$300 \pm 0,4$	4,9	0,49
$400 \pm 0,5$	5,6	0,56

Tabela B.2

Ele deve fazer um gráfico dessas duas grandezas, isto é, distribuir os valores de  $T$  e  $m$  em eixo horizontal e vertical.

Neste exemplo conforme mostrado na tabela 2, nota-se que  $T$  foi medido em função de  $m$ , ou seja,  $T = f(m)$ , onde  $T$  é a variável dependente e  $m$  é a variável independente.

## REPRESENTAÇÃO DOS DADOS

Como  $T = 2\pi\sqrt{m/k}$  para o sistema massa mola, se for feito um gráfico do tipo  $T = f(m)$ , em papel milimetrado, a curva obtida não será uma reta, pois o valor da massa está elevado a  $1/2(T \propto m)$ . Para linearizar esta expressão, aplica-se o logaritmo nos dois lados da igualdade, obtendo-se:

$$\text{Log}T = \log 2\pi + (1/2)\log m - (1/2)\log k,$$

$$\log T = (1/2)\log m + \log(2\pi/k).$$

Chamando  $y = \log T$ ,  $x = \log m$  e  $c = \log(2\pi/k)$  tem-se:

$$y = (1/2)x + c,$$

que representa uma reta de inclinação  $\frac{1}{2}$  e de coeficiente linear  $c$ .

Portanto, se a tabela dois for refeita tomando-se os logaritmos da massa ( $m$ ) e o período ( $T$ ), o gráfico da função  $y = f(x)$  será uma reta. No entanto um tipo especial de papel, chamado de di-log, em que os valores de  $T$  e  $m$  da tabela 2 podem ser lançados diretamente, sem a necessidade de serem tomados os seus logaritmos.

Observando-se o papel di-log, vê-se que o primeiro ponto equivalente a 1, pois  $\log$  de 10 = 1. Como o menor valor da massa é igual a  $50,0 \times 10^{-9}$  kg, o início da escala horizontal deve corresponder a  $10,0 \times 10^{-9}$  kg. Para período, o começo da escala deve ser em  $t = 0,10$  s.

Para traçar a curva resultante, repete-se o procedimento utilizado no exemplo 1.

## INTERPRETAÇÃO E ANÁLISE DO GRÁFICO

Conforme já dito e como mostrado na Fig.B.2, a curva obtida para  $T = f(m)$ , em papel di-log é uma reta. Prolongando-se a reta e tomando  $m = (1,0 \pm 0,01)$  kg, tem-se que  $T = (0,89 \pm 0,01)$  s.

Isolando a constante elástica da expressão  $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ , resulta:

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}.$$

Substituindo-se os valores acima, obtêm-se:

$$k = \frac{4\pi^2 \times 1,0}{0,89^2} = 49,78 \text{ N/m}.$$

e

$$\Delta k = \pm 2 \text{ N/m}$$

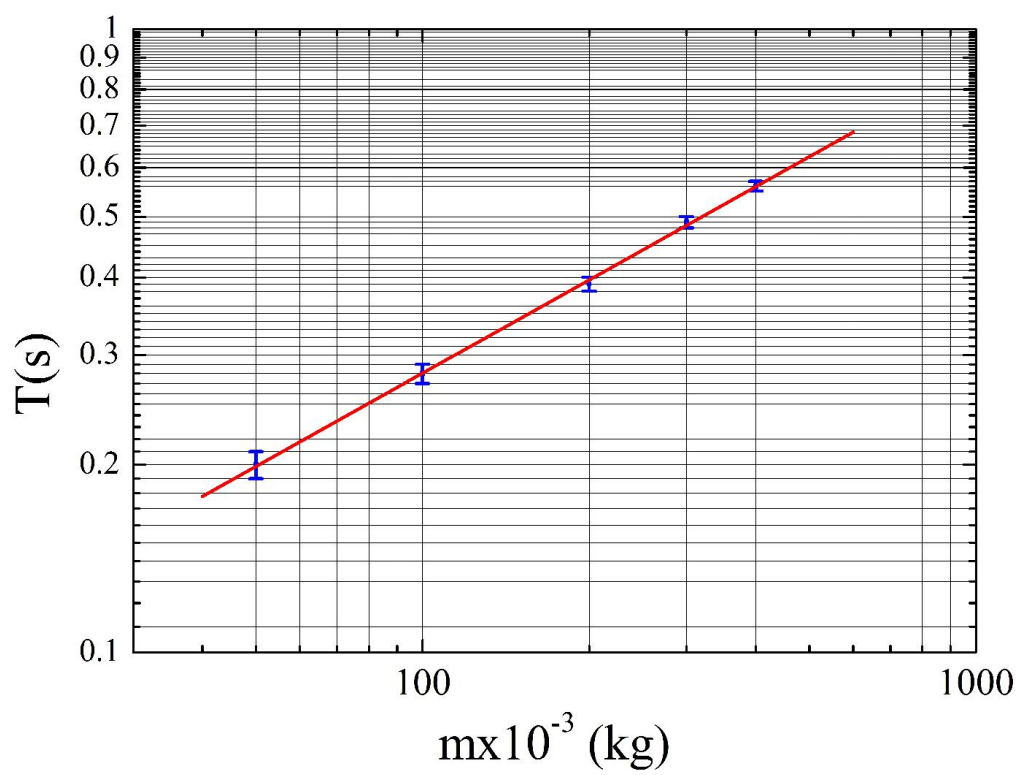


Figura B.2: Gráfico di-log do periodo versus a massa para um sistema massa-mola.

# Apêndice C

## CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS II

### C.1 OBJETIVO

Determinação de leis e grandezas físicas a partir da análise de gráficos de dados experimentais, construídos em um programa gráfico em escalas lineares e logarítmicas.

### C.2 INTRODUÇÃO

Esse apêndice é um complemento do apêndice B, no entanto, em vez de usar papel milimetrado ou papel di-log, usamos um programa gráfico, nessa substituição usamos gráficos em escalas lineares e logarítmicas.

**Escala Linear:** um gráfico construído em um escala linear, equivale ao que fizemos em um papel milimetrado, a diferença é somente a troca do papel por um programa gráfico em escala linear.

**Escala Logarítmica:** um gráfico construído em escala logarítmica, equivale ao que fizemos em um papel di-log, a diferença é somente a troca do papel di-log, por um programa gráfico em escala logarítmica.

Podemos usar um artifício chamado regressão linear, tanto em gráficos em escala linear quanto em escala logarítmica, para isso temos que ter uma reta dos pontos de nossos dados.

**Regressão Linear:** é apenas um artifício para encontrar o valor que corta o eixo y e a tangente da reta, para isso faz-se uma reta média dos pontos dados.

Para ilustrar vamos dar 2 exemplos, um com uso de escala linear, outro com escala logarítmica.

O programa gráfico usado neste exemplo, é o “ORIGIN”, e os comandos indicados são da versão 6.0.

#### **Exemplo 1:**

Neste exemplo, vamos mostrar ao aluno como encontrar os seguintes valores da reta: o valor o que corta o eixo y e a tangente da reta, usando um programa gráfico em escala linear. Isso é a mesma situação, que ilustramos exemplo 1 do apêndice B, no qual usamos papel milimetrado. Por isso, é de suma importância saber que o programa gráfico é apenas uma substituição do papel milimetrado.

Um aluno mediu uma tensão em um resistor em função da corrente e construiu a seguinte tabela, vamos achar a resistência  $R$  do resistor:

$i$ (A)	$V$ (V)
0,042	2,0
0,085	4,0
0,125	6,0
0,170	8,0
0,215	10,0
0,255	12,0

Tabela C.1. Valores da corrente e da tensão.

Utilizamos o programa gráfico “**ORIGIN**”, pegamos os valores da corrente e da tensão da Tabela C.1, colocamos os valores da corrente na horizontal (eixo x) e da tensão na vertical (eixo y). Usamos o comando **scatter**, localizado no **Plot**, com isso obtemos o gráfico de  $V = f(i)$  em escala linear, como mostra a Fig.C.1.

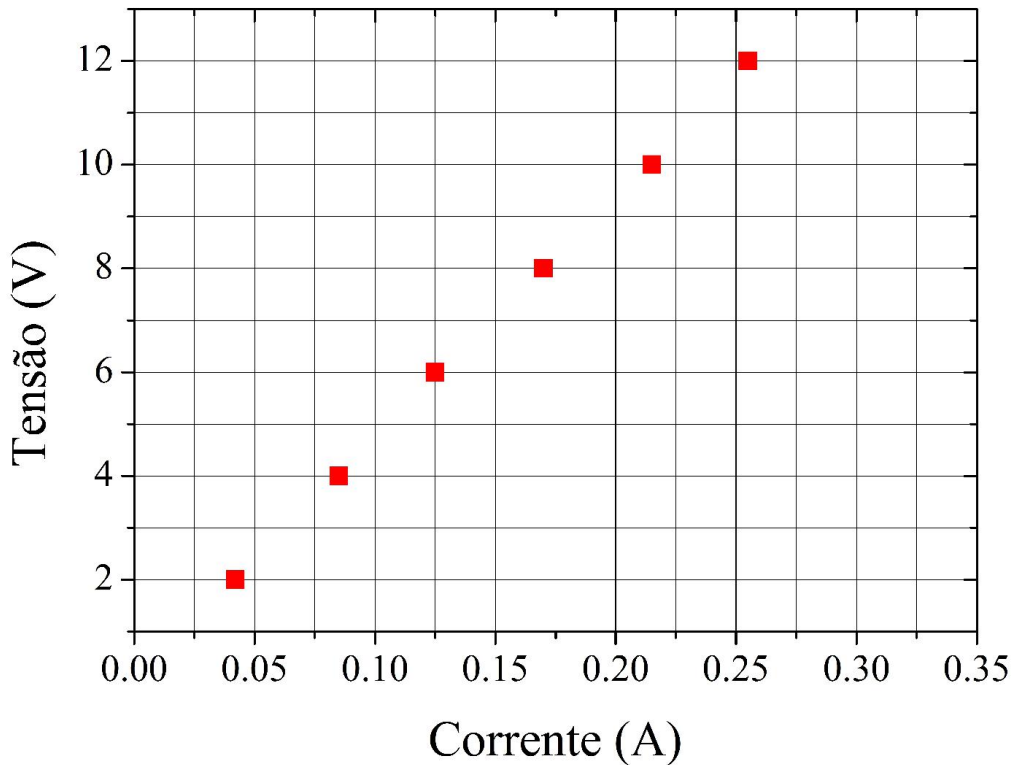


Figura C.1: O gráfico mostra  $V = f(i)$ , tensão em função da corrente, usando os dados da Tabela C.1.



Observamos que obtivemos uma reta do gráfico  $V = f(i)$ , portanto temos:

$$V = A + Bi.$$

Onde  $A$  é o valor que corta o eixo  $y$  e  $B$  a tangente média da reta. Podemos encontrar esses valores, usando um artifício que chamamos de **regressão linear**, que nada mais é traçar uma reta média no gráfico e obter o valor que corta o eixo  $y$  “ $A$ ” e a tangente da reta “ $B$ ”.

Portanto, a regressão linear é feita no programa gráfico, usando o comando **Fit Linear**, localizado em **Analysis**. A reta obtida pela regressão linear e os pontos  $A$  e  $B$  estão mostrado na Fig.C.2.

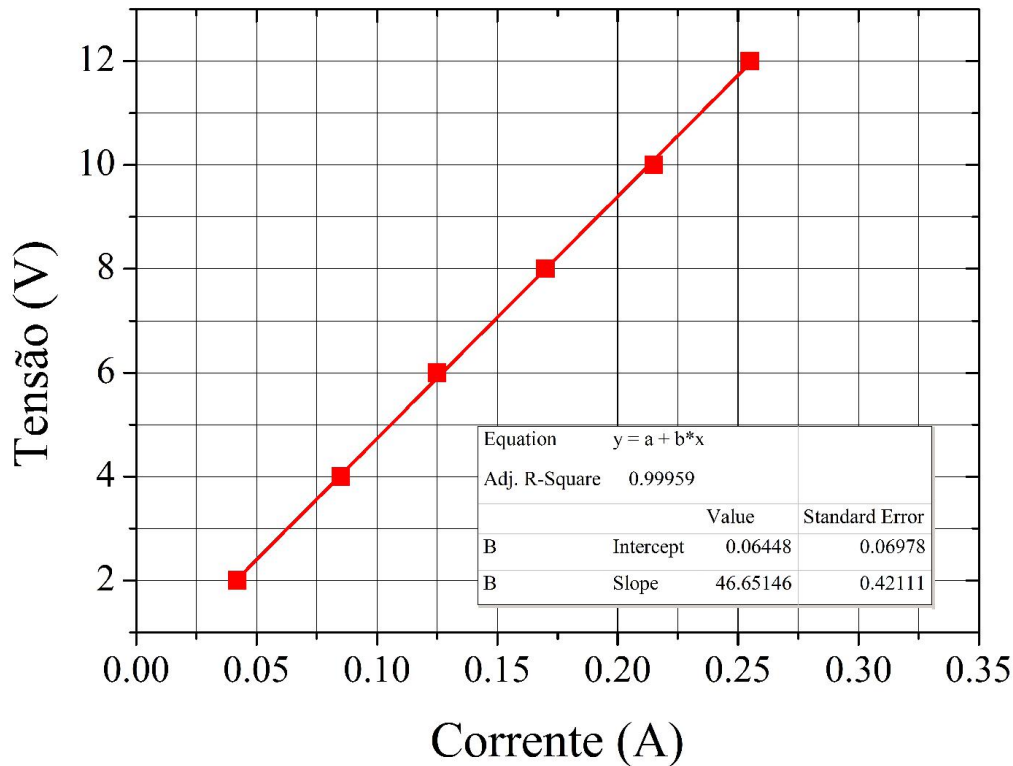


Figura C.2: Neste gráfico mostramos a regressão linear da função  $V = f(i)$ .

Logo, temos a seguinte função:

$$V = 0,064 + 46,64i.$$

portanto a resistência é  $R = 46,64 \Omega$ .

#### Exemplo 2:

Vamos usar um programa gráfico, em escala logarítmica para encontrar a função  $T = f(m)$ , em seguida a constante da mola  $k$ .

Um aluno mediu o período de oscilação  $T$  de um sistema massa-mola, para cada massa  $m$ , os dados foram colocados na Tabela C.2.

$m$ (kg)	$T$ (s)
0,050	0,20
0,100	0,28
0,200	0,39
0,300	0,49
0,400	0,56

Tabela C.2. Valores da massa e do período de um sistema massa mola.

Usando o programa gráfico **ORIGIN**, colocamos os valores da massa na horizontal (eixo x) e os valores do período na vertical (eixo y), usamos **scatter** localizado no **PLOT**, e obtivemos o gráfico mostrado na Fig.C.3.

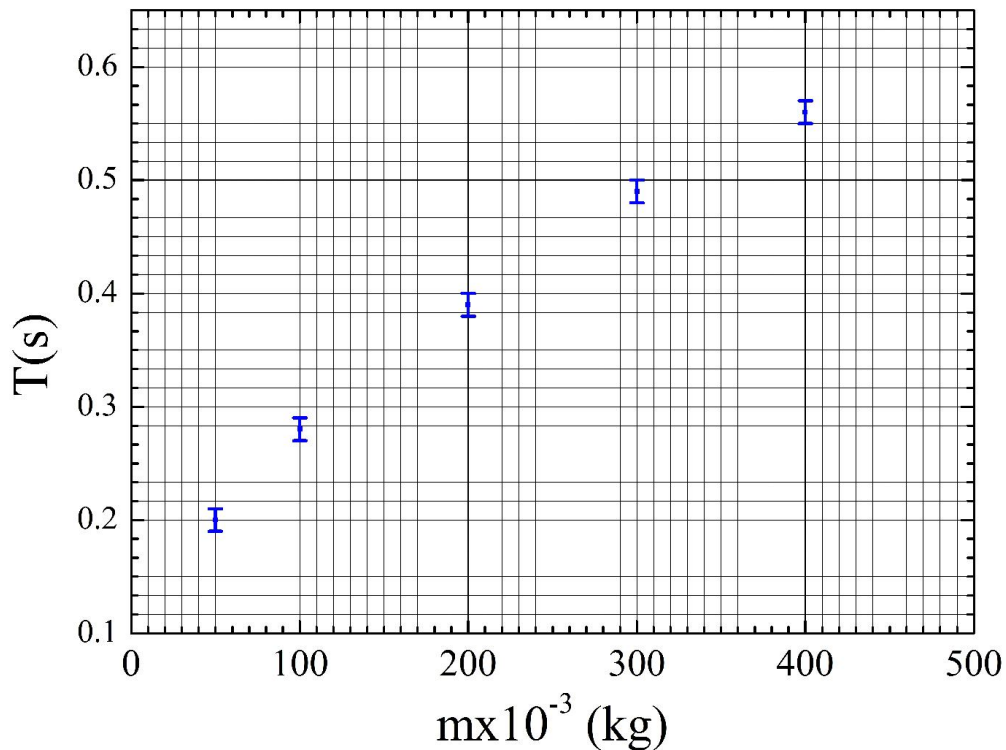


Figura C.3: Gráfico do período  $T = f(m)$  em escala linear.

Observamos na Fig.C.3 que tivemos a função  $T = f(m)$  representada por uma curva, portanto não podemos usar regressão linear.

Portanto, um recurso que podemos usar é colocar em escala logarítmica os dois eixos, obtendo um gráfico em escala logarítmica. Para isso, clicamos em cima dos eixos de escala

do gráfico ( ou ir em **format** e clicar em **Axis**), em seguida vamos em **scale** e mudamos o tipo de escala (**type**) de **linear** para **log**. Observamos que a função  $T = f(m)$  em escala logarítmica, apresenta pontos lineares, logo podemos usar regressão linear para achar o valor que corta o eixo  $y$  e a tangente da reta, veja o gráfico mostrado na Fig.C.4.

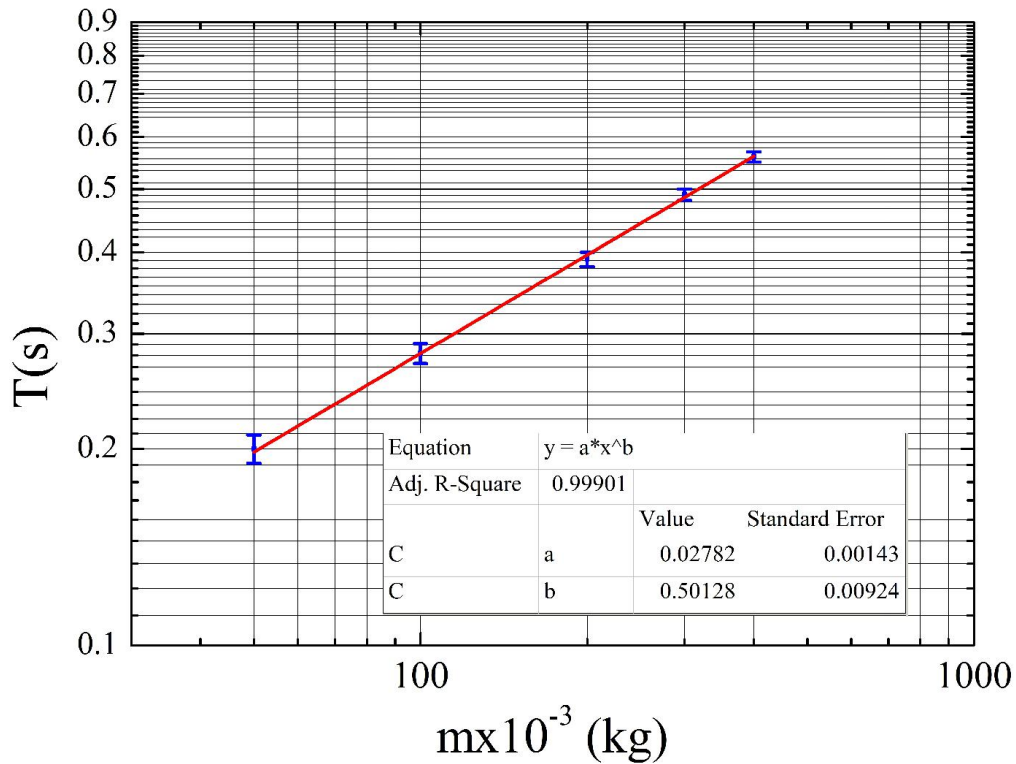


Figura C.4: Gráfico do período  $T = f(m)$  em escala logarítmica. Os valores de A e B são os valores que cortam o eixo  $y$  e a tangente da reta respectivamente, eles foram obtidos através da regressão linear.

Interpretação dos resultados:

Vejamos que temos a seguinte função:

$$T = am^B \tag{C.1}$$

aplicando o logaritmo

$$\log T = \log(am^B)$$

aplicando as propriedades do logaritmo,

$$\log T = \log a + B \log m$$

chamando  $Y = \log T$ ,  $A = \log a$  e  $X = \log m$ , temos

$$Y = A + BX$$

portanto os valores dados pela regressão linear em escala logarítmica, que são A e B, estão relacionados com a Eq. (C.1), da seguinte forma.

$$a = 10^A$$

e o B é o expoente de nossa função, então:

$$T = 10^A m^B \quad (\text{C.2})$$

os resultados da regressão linear da nossa função, são  $A = -0,052$  e  $B = 0,499$ , logo temos

$$T = 10^{-0,052} m^{0,499} \quad (\text{C.3})$$

ou

$$T = 0,887 m^{0,5} \quad (\text{C.4})$$

esse resultado nos indica que o período  $T$  está variando com a raiz quadrada da massa. Esse resultado experimental condiz com o que esperamos teoricamente, pois

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (\text{C.5})$$

ou

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}} m^{0,5} \quad (\text{C.6})$$

comparando nosso resultado experimental, veja Eq.(C.4), com o resultado teórico, expresso na Eq.(C.6), podemos encontrar a constante elástica da mola  $k$ .

$$0,887 = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}$$

logo,

$$k = 50,2 \text{ N/m.}$$

# Apêndice D

## INFORMAÇÕES GERAIS

### D.1 INTRODUÇÃO

O conjunto dos experimentos dos laboratórios foram programados de maneira a acompanharem, aproximadamente, o conteúdo das aulas teóricas. No entanto, poderão ocorrer ocasiões em que você tenha que fazer alguns experimentos sem ainda ter visto a teoria, e outras em que você já teve a aula teórica. Nas duas situações haverá proveito, uma vez que teoria e laboratório se completam:

- O laboratório proporciona ao aluno a vivência de um dado fenômeno, tornando mais fácil a assimilação e compreensão da teoria.
- O conhecimento teórico do aluno pode permitir uma melhor compreensão do fenômeno em estudo no laboratório.

### D.2 OBJETIVOS

As práticas experimentais têm como principais objetivos:

- Constatações das leis físicas fundamentais.
- Aprendizado no que diz respeito ao manuseio de equipamentos simples, bem como de um conhecimento básico do funcionamento dos mesmos.
- Desenvolvimento de uma metodologia de trabalho experimental.
- Reforço de visualização e entendimento do conteúdo programático apresentado nas aulas teóricas, assim como incentivar importantes aspectos no processo de desenvolvimento intelectual do aluno, tais como criatividade, verbalização, síntese e sociabilidade.

### D.3 ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO DO CURSO

As atividades de laboratório constarão de aproximadamente 5 experimentos obrigatórios, a serem realizados ao longo do semestre letivo. As aulas terão duração de 2 horas semanais.

Para a realização dos trabalhos práticos, os alunos atuarão em equipes de três, que serão responsáveis pelo material fornecido.

## D.4 O RELATÓRIO

O relatório do experimento é obrigatório e deverá constar basicamente de 6 partes:

1. TÍTULO DO EXPERIMENTO;
2. INTRODUÇÃO - Nesta parte deverá haver uma apreciação sobre o assunto do experimento, demonstrando sua importância e a apresentação dos objetivos;
3. PARTE TEÓRICA - Um resumo da teoria na qual se fundamenta o experimento;
4. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL - Uma informação concisa e objetiva de como foi realizado o experimento. Deverão ser descritos no material e o método utilizado. Essas informações são importantes, pois devem permitir a reprodutibilidade do experimento por outra pessoa;
5. RESULTADOS - Apresentação dos dados experimentais e o tratamento dos mesmos. Para uma otimização das medidas coletadas, procure tabulá-las, não esquecendo de indicar as correspondentes unidades de medidas. Nesta etapa do relatório, devem ser apresentados os cálculos, gráficos e tabelas;
6. CONCLUSÕES - Nesta parte é feita a apresentação dos resultados do experimento. Através da análise e discussão desses resultados, conclui-se se os objetivos foram alcançados, criticam-se as discrepâncias, indicando as prováveis fontes de erros e apresentam-se sugestões sobre o experimento. Ainda nesta parte é que são discutidas as questões propostas.